

DOI: 10.12731/2658-6649-2021-13-6-307-323

УДК 004.925.8:57.085

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ВНУТРИОРГАННОГО СОСУДИСТОГО РУСЛА МЕТОДАМИ ПРОЦЕДУРНО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ ПРОСТРАНСТВА

*О. Зенин, Ю.Н. Косников, Э.С. Кафаров*

**Обоснование.** В настоящее время электронные методы информирования в медицине получают все более широкое распространение. Дополнительным толчком к развитию дистанционных информационных технологий явилась пандемия COVID-19. В связи с этим создание медицинских систем электронного обучения, в частности, предназначенных для изучения анатомии сосудистых русел человека, следует считать актуальным.

**Целью работы** является повышение реалистичности визуального представления сосудистого русла внутренних органов человека путем создания универсальной компьютерной 3d-модели, базирующейся на результатах морфометрии реальных сосудистых деревьев.

**Материалы и методы.** Применение данных морфометрии реальных сосудистых деревьев, геометрическое моделирование на плоскости, геометрическое моделирование в пространстве, процедурная пространственная трансформация модели сосудистого русла по закону логарифмической спирали.

**Результаты.** Предложена двухэтапная последовательность построения геометрической 3d-модели. Модель строится из фрагментов русла – бифуркаций (дихотомий). На первом этапе на базе морфометрических данных о геометрии реальных сосудистых русел строится математическая 2d-модель фрагмента русла, которая отражает структуру и количественные характеристики сосудистых бифуркаций (дихотомий). На втором этапе добавляется информация о третьей пространственной координате элементов сосудистого русла и строится процедурная 3d-модель фрагмента. Для повышения наглядности модели введены возможность изгиба сосудов и различие диаметров их начальной и конечной точек.

**Заключение.** Представлена универсальная 3d-модель древовидной структуры на примере внутриорганный сосудистого русла. Подобные модели могут использоваться в качестве наглядных учебных пособий в системе электронного дистанционного образования. Для повышения информативной и

образовательной ценности модели в нее можно добавлять визуальные образы различных патологий сосудистого русла.

**Ключевые слова:** виртуальная анатомия; сосудистое русло органа; бифуркация; уравнения Murray C.D.; 2d-модель; 3d-модель

**Для цитирования.** Зенин О., Косников Ю.Н., Кафаров Э.С. Моделирование внутриоргана сосудистого русла методами процедурно-математической трансформации пространства // *Siberian Journal of Life Sciences and Agriculture*. 2021. Т. 13, № 6. С. 307-323. DOI: 10.12731/2658-6649-2021-13-6-307-323

## MODELING INTRAORGAN VASCULATURE USING PROCEDURAL AND MATHEMATICAL SPACE TRANSFORMATIONS

*O. Zenin, Yu.N. Kosnikov, E.S. Kafarov*

**Background.** The electronic methods in medicine are getting more widespread. The COVID-19 pandemic forced remote IT technologies to develop. It is necessary to create medical e-learning systems, in particular, to study anatomy of human organ vasculatures.

**Purpose.** To create universal and realistic 3d-model of intraorgan vasculatures based on the vasculature morphometry results.

**Materials and methods.** Morphometric data of real vascular networks, geometric modeling in plane and in scape, procedural spatial transformation of the vasculature according to the law of a logarithmic spiral were used.

**Results.** A two-staged sequence for construction a geometric 3d-model is proposed. The model is built of the units of vasculature, which are called bifurcations (dichotomies). At the first stage, mathematical 2d-model of a vascular network fragment is build based on morphometric data of the geometry of vasculature. It reflects the structure and quantitative characteristics of the vascular bifurcations (dichotomies). At the second stage, data about third special coordinate is added and a procedural 3d-model of the fragment is built. To increase the accuracy of the model, the ability to bend the vessels and to differ diameters of their starting and ending points have been added.

**Conclusion.** The universal 3d-model of a tree-like structure is presented as a visualization of the intraorgan vasculature. These models can be used as visual teaching aids in online education environment. To increase the informative and educational value of the model, visual images of various pathologies of the vasculature can be added.

**Keywords:** virtual anatomy, organ vasculature, bifurcation, C.D. Murray's equations, 2d-model, 3d-model

**For citation.** Zenin O., Kosnikov Yu.N., Kafarov E.S. Modeling intraorgan vasculature using procedural and mathematical space transformations. *Siberian Journal of Life Sciences and Agriculture*, 2021, vol. 13, no. 6, pp. 307-323. DOI: 10.12731/2658-6649-2021-13-6-307-323

**Список сокращений:** СКО – система координат органа; СКБ – система координат бифуркации;  $D, d_1, d_2$  – диаметры материнского и дочерних сегментов;  $L$  – длина сегмента;  $\alpha_1, \alpha_2$  – углы отклонения осей дочерних сегментов от оси материнского сегмента.

В настоящее время электронные учебники, компьютерные анатомические атласы, виртуальные 3d-модели органов животных и человека все шире применяются в мире для дистанционного информирования и обучения. Дополнительным толчком к развитию электронного дистанционного обучения явилась пандемия COVID-19. В связи с этим создание медицинских средств электронного обучения, в частности, предназначенных для визуального представления анатомии кровеносной системы человека, следует считать актуальным.

Основное требование, предъявляемое к медицинским обучающим моделям, – адекватное представление типичных конфигураций различных сосудистых деревьев, как в норме, так и с патологией. Кроме того, модель должна простыми средствами настраиваться на тот или иной орган или патологию. Исходными данными для построения моделей учебного назначения являются значения параметров, количественно характеризующие сосудистые деревья. Последние могут быть получены путем статистической обработки результатов морфометрии реальных кровеносных систем или численного моделирования [1, 2].

Входными данными для построения 3d-моделей служат значения морфометрических параметров сосудистых русел, полученные путем исследования реальных анатомических объектов. Используются медицинские изображения, полученные путем компьютерной ангиографии с применением методов компьютерной томографии, магнитно-резонансной томографии, оптической когерентной томографии, стереорадиографии, рентгеновского и ультразвукового исследования и др. Конфигурации сосудистой системы выделяются из этих результатов путем сегментации [9, 16]. Дальнейшая компьютерная обработка выделенных сегментов позволяет определить численные значения их параметров [8, 17, 18]. Другим источником исходной информации являются коррозийные препараты реальных органов [2, 6, 7]. Численные значения параметров кровеносных сосудов определяются путем прямых измерений [1]. Однако практика показывает, что технические средства мониторинга имеют ограниченное

разрешение [11]. Получение объективной геометрической информации от коррозионных препаратов также встречает трудности [1, 2, 6]. На этих физических моделях относительно уверенно устанавливаются линейные параметры сосудов (длины их отрезков) и их диаметры. Угловые параметры по причине нерегулярной формы и разветвленности древообразной структуры сосудов точно определить затруднительно.

**Целью работы** является обоснование и описание комбинированного способа построения геометрической модели сосудистого дерева. Способ основан на использовании доступных для измерения параметров сосудов и процедурно-математического моделирования. Существуют математические выражения, устанавливающие соотношения между параметрами сегментов кровеносной системы. Эти выражения предложены Murray C.D. [14]. Первой задачей исследования является применение этих формул в сочетании с методами геометрического моделирования на плоскости, что дает математическую 2d-модель кровеносной системы. Вторая задача заключается в добавлении в 2d-модель информации о третьей пространственной координате, благодаря чему выполняется процедурный переход к 3d-модели.

### Материалы и методы

Для построения модели сосудистого русла применены методы процедурно-математической трансформации пространства. Построение сосудистого дерева идет последовательно по шагам. На каждом шаге в дерево добавляется одна бифуркация. Бифуркация представляет собой разветвление кровеносных сосудов: материнский (проксимальный) сегмент бифуркации разветвляется на два дочерних (дистальных) сегмента. Исходными данными для описания бифуркации служат длины и диаметры сегментов.

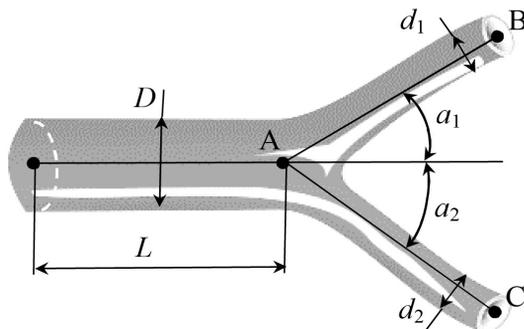


Рис. 1. Общий вид сосудистой бифуркации

Вид типичной бифуркации с применяемыми обозначениями приведен на рис. 1: отрезок  $OA$  – материнский (проксимальный) сегмент, отрезки  $AB, AC$  – дочерние (дистальные) сегменты;  $D, d_1, d_2$  – диаметры материнского и дочерних сегментов;  $L$  – длина сегмента;  $a_1, a_2$  – углы отклонения осей дочерних сегментов от оси материнского сегмента.

Сначала очередная бифуркация размещается в своей локальной (вспомогательной) системе координат. Координаты конечных точек дочерних сегментов очередной бифуркации находятся в этой системе координат с помощью математических выражений С.Д. Мургау. Затем выполняются поворот и установка очередной бифуркации в заданный узел дерева таким образом, что ось материнского сегмента совпадает с осью дочернего сегмента предыдущей бифуркации. Для этого используются матричные аффинные преобразования сдвига и поворота на плоскости. Эти операции относятся к построению 2d-модели и представляют собой математическую трансформацию двумерного пространства. Далее осуществляется поворот бифуркации вокруг оси ее материнского сегмента в трехмерном пространстве. Процедурное размещение бифуркаций в пространстве осуществляется по характерному для природных объектов закону логарифмической спирали. Поворот выполняется с помощью матричного аффинного преобразования поворота. После этого очередная бифуркация устанавливается в заданный узел дерева, но уже в трехмерном пространстве. Тем самым задается окончательное пространственное расположение текущей бифуркации, и возникает 3d-модель.

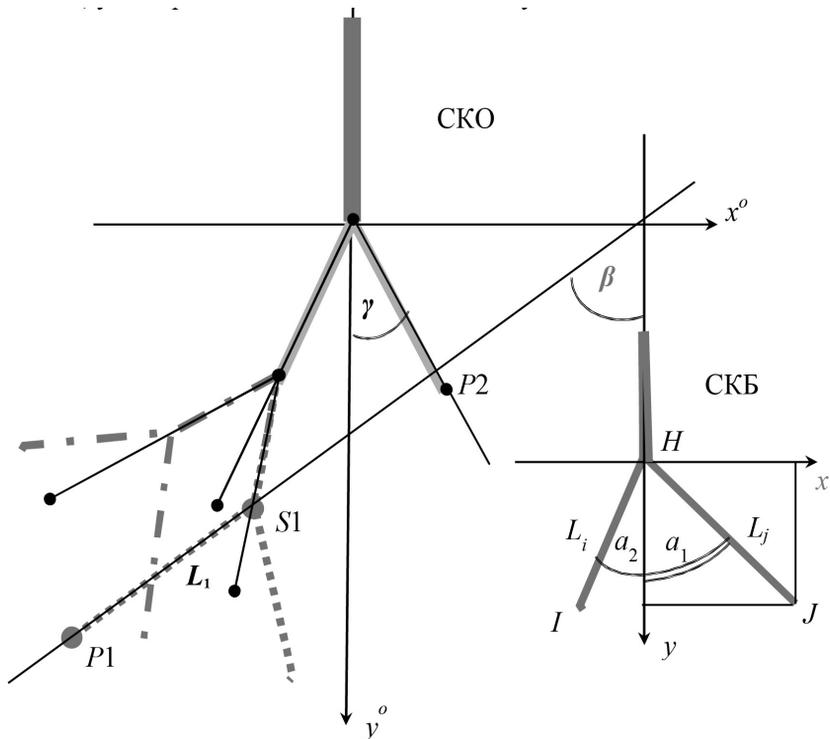
## Результаты

### *Решение геометрических задач*

В объеме органа вводится глобальная система координат – система координат органа (СКО). Сосудистое дерево размещается в СКО так, чтобы первое разветвление совпало с началом координат, а продольная ось входного (проксимального) сосудистого сегмента совпала с вертикальной осью СКО. В качестве СКО использована левая декартова система координат, горизонтальная ось  $x^o$  которой направлена вправо, вертикальная ось  $y^o$  – вниз, ось глубины  $z^o$  – на наблюдателя.

На первом этапе моделирование выполняется в плоскости  $x^o y^o$ . Исходными данными для каждой бифуркации являются результаты измерений, а дополнительные данные вычисляются по формулам. К текущей бифуркации, как к материнской, пристыковываются две дочерние (дистальные), к ним, в свою очередь, еще четыре и т.д. Разветвление очеред-

ной бифуркации размещается в заданном узле дерева, а ось материнского (проксимального) сегмента очередной бифуркации должна совпадать с осью предыдущей бифуркации, у которой конец попал в заданный узел.



**Рис. 2.** Глобальная (SKO) и локальная (SKB) системы координат для размещения сосудистого русла органа и его фрагментов

Геометрические преобразования на плоскости выполняются следующим образом. Очередная бифуркация размещается в своей локальной системе координат бифуркации (СКБ). Ее оси направлены параллельно осям SKO или совпадают с ними. Разветвление бифуркации размещается в начале координат СКБ. На рис.2 показаны система координат органа SKO ( $x^o$ ,  $y^o$ ), положение некоторой предыдущей бифуркации в SKO (точечными линиями) и очередная бифуркация, размещенная в локальной СКБ. Координаты конечных точек I, J дочерних сегментов очередной бифуркации находятся в СКБ с помощью математических выражений [5, 14, 15].

Они устанавливают связь между углами, образованными осями дочерних ответвлений и осью материнского сегмента. На рис. 1, 2 эти углы обозначены  $a_1$  и  $a_2$ . Выражения имеют вид:

$$\cos\alpha_1 = \frac{D^4 + d_{\max}^4 - d_{\min}^4}{2D^2 d_{\max}^2}, \quad \cos\alpha_2 = \frac{D^4 + d_{\min}^4 - d_{\max}^4}{2D^2 d_{\min}^2}, \quad (1)$$

где  $D$  – диаметр материнского сегмента;  $d_{\max}$  и  $d_{\min}$  – больший и меньший из диаметров дочерних ответвлений бифуркации.

Декартовы координаты точек  $I, J$  в СКБ находятся из выражений

$$\left. \begin{aligned} x_j &= L_j \sin a_1, & y_j &= L_j \cos a_1, \\ x_i &= -L_i \sin a_2, & y_i &= L_i \cos a_2, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $L_j, L_i$  – длины сегментов  $HJ$  и  $HI$ , соответственно.

Для установки очередной бифуркации в заданный узел дерева, например, в т.  $P1$ , необходимо повернуть точки  $I, J$  в плоскости  $xу$  по часовой стрелке на угол  $\beta$  вокруг точки  $H$  (вокруг начала координат СКБ), а затем переместить в т.  $P1$ , сложив координаты точек  $I, J$  с координатами т.  $P1$  с учетом их знаков. Такая последовательность действий нужна для размещения очередной бифуркации в левой части дерева. Если же бифуркация размещается в правой части дерева, например, в узле  $P2$  на рис. 2, то поворот выполняется на угол  $\gamma$  против часовой стрелки, как это видно из рисунка. Затем выполняется суммирование координат точек  $I, J$  с координатами т.  $P2$  с учетом их знаков. Полученные координаты запоминаются, они далее используются для размещения следующих разветвлений на плоскости. В общем случае очередная бифуркация устанавливается в заданный узел дерева, являющийся конечной точкой дистального сегмента предыдущей бифуркации. Координаты  $x_s, y_s, x_p, y_p$  начальной  $S$  и конечной  $P$  точек дистального сегмента известны, тогда угол поворота очередной бифуркации  $\phi$  определяется выражением

$$\phi = \text{sign}(x_p - x_s) \arccos \frac{y_p - y_s}{\sqrt{(x_p - x_s)^2 + (y_p - y_s)^2}}. \quad (3)$$

Поворот выполняется путем умножения координат конечных точек дочерних сегментов очередной бифуркации на матрицу поворота, которая в общем (пространственном) случае имеет вид

$$RT_z = \begin{vmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (4)$$

На втором этапе моделирования осуществляется переход от 2d- к 3d-модели. Для этого бифуркацию следует дополнительно повернуть вокруг оси

у СКБ, то есть вокруг оси материнского сегмента. Пространственный угол поворота бифуркаций обозначен  $\psi$ , выбор его значений описан ниже.

На первом этапе моделирования после поворота бифуркации вокруг координатной оси  $z$  ось бифуркации принимает некоторое направление, не совпадающее с направлением ни одной координатной оси, однако до перемещения в заданный узел дерева она по-прежнему проходит через начало координат СКБ (и СКО). Матрица пространственного поворота точки вокруг оси, проходящей через начало координат, имеет вид:

$$RT = \begin{pmatrix} n_1^2 + (1 - n_1^2)\cos\psi & n_1n_2(1 - \cos\psi) + n_3\sin\psi \\ n_1n_2(1 - \cos\psi) - n_3\sin\psi & n_2^2 + (1 - n_2^2)\cos\psi \\ n_1n_3(1 - \cos\psi) + n_2\sin\psi & n_2n_3(1 - \cos\psi) - n_1\sin\psi \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} n_1n_3(1 - \cos\psi) - n_2\sin\psi & 0 \\ n_2n_3(1 - \cos\psi) + n_1\sin\psi & 0 \\ n_3^2 + (1 - n_3^2)\cos\psi & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

Величина угла поворота  $\psi$  определяется в соответствии с законом логарифмической спирали. С одной стороны, этот закон присущ природным объектам в силу удовлетворения физическим закономерностям их строения, с другой стороны, он позволяет достигнуть характерной для природных объектов гармонии внешнего вида. Логарифмическая спираль прослеживается в геометрических формах многих природных объектов и характеризуется минимумом функционала потенциальной энергии кривой. Логарифмические спирали называют даже линиями жизни [10], настолько часто они встречаются в живой природе. С другой стороны, логарифмическая спираль входит в число так называемых эстетических кривых, имеющих гармоничный внешний вид. В этот класс входит множество типов кривых, причем многие из них при задании определенных количественных параметров сходятся к логарифмической спирали [3, 4, 19].

Поворот бифуркации в пространстве выполняется таким образом, чтобы на проекции (в плоскости  $xz$  СКО) угол между плоскостью бифуркации и радиусом-вектором, проведенным в разветвление бифуркации из точки пересечения плоскости  $xz$  осью  $u$ , был постоянным и соответствовал геометрии логарифмической спирали и количественным характеристикам модели. Используя известные математические выражения, описывающие

логарифмическую спираль [12, 13], можно определить угол пространственного поворота  $i$ -й бифуркации:

$$\psi_i = \arccos \frac{x_i}{\sqrt{x_i^2 + z_i^2}} - \operatorname{arctg} \left( \frac{1}{2\pi} \ln \frac{x_{\max}}{x_{\min}} \right), \quad (6)$$

где  $x_i, z_i$  – координаты разветвления  $i$ -й бифуркации в плоскости проекции;  $x_{\min}$  – координата начала спирали, т.е. точки разветвления с минимальной ненулевой координатой;  $x_{\max}$  – координата конца спирали, т.е. точки разветвления с максимальной координатой.

Пространственные повороты бифуркаций устраняют их пересечения, которые могут возникнуть при построении 2d-модели. Например, на рис. 2 показаны пунктирной и штрихпунктирной линиями две пересекающиеся бифуркации. После их поворотов вокруг осей материнских сегментов бифуркации «разойдутся» в пространстве, и пересечение пропадет.

После поворота вокруг своей оси бифуркация устанавливается в заданный узел дерева. Для этого выполняется параллельный сдвиг бифуркации путем сложения координат концов сегментов с координатами узла ( $x_p^o, y_p^o, z_p^o$ ). Сдвиг в трехмерном пространстве описывается матрицей

$$TR = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ x_p^o & y_p^o & z_p^o & 1 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Полученные координаты запоминаются, они далее используются для размещения следующих разветвлений в пространстве СКО. Таким образом, в ходе моделирования строятся параллельно две модели: вспомогательная 2d-модель и итоговая 3d-модель.

В итоге установка очередной бифуркации на заданное место сосудистого дерева описывается суперпозицией матричных преобразований (4), (5), (7) в однородных координатах [14]:

$$|x^o \ y^o \ z^o \ 1| = |x \ y \ z \ 1| \cdot RT_z \cdot RT \cdot TR. \quad (8)$$

Суперпозиция  $RT_z \cdot RT \cdot TR$  может быть найдена в общем виде с помощью перемножения матриц и представлена как матрица текущего геометрического преобразования. В качестве координат  $x_p^o, y_p^o, z_p^o$  при установке очередной бифуркации используются координаты конца материнского (проксимального) сегмента бифуркации, которые найдены при установке предыдущей бифуркации. В ней материнский (проксимальный) сегмент очередной бифуркации являлся одним из дочерних (дистальных) сегментов. Углы поворота  $\phi$  и  $\psi$  вычисляются по выражениям (3), (6).

*Повышение реалистичности изображения*

Для повышения реалистичности изображения сосудов их сегменты нужно представить изогнутыми трубками. В большинстве случаев дочерние сегменты бифуркации имеют диаметры меньшего размера, чем диаметр материнского сегмента. Это обстоятельство не позволяет стыковать материнский и дочерние сегменты модели без щелей, если сегменты представлены в форме цилиндров. Чтобы обеспечить стыковку сегментов без щелей, на практике применяют различные искусственные приемы, например, между материнским и дочерними сегментами помещают сферические вставки, перекрывающие щели. Для стыковки сегментов без щелей предлагается другой подход, не требующий дополнительных геометрических элементов. Размерам конца материнского (проксимального) сегмента нужно придать размеры начала дочернего (дистального) сегмента, то есть придать сегменту форму, близкую к форме изогнутого усеченного конуса.

Исходные данные для моделирования сосудов переменного диаметра берутся из результатов измерений геометрических характеристик кровеносной системы. Это диаметр начала сегмента, диаметр конца сегмента (он равен диаметру начала следующего сегмента) и длина сосуда. Диаметр сегмента изменяется от начального до конечного значения плавно, по линейному закону. Сегмент может быть прямолинейным и криволинейным (изогнутым).

Изогнутый сегмент представляется последовательностью фрагментов, близких по форме к усеченным конусам, причем начальное (верхнее) основание последующего фрагмента – это конечное (нижнее) основание предыдущего фрагмента. Оси фрагментов расположены под углом друг к другу, благодаря чему и создается изгиб сегмента. Плоскость нижнего (конечного) основания фрагмента перпендикулярна оси фрагмента, а плоскость верхнего (начального) основания фрагмента расположена по отношению к оси фрагмента под углом, отличающимся от прямого. Таким образом, плоскости оснований одного фрагмента не параллельны, что обеспечивает стыковку фрагментов в сегменте.

Каждое основание фрагмента задается набором характерных точек. В ходе моделирования соответствующие друг другу точки двух наборов соединяются четырехугольными гранями, благодаря чему получается криволинейная поверхность. Для размещения фрагмента в заданном месте СКО, в общем случае, нужно выполнить три пространственных поворота фрагмента, а затем переместить его. После этого точки, принадлежащие фрагменту, принимают нужные для построения положения. Их координаты пересчитываются в СКО и используются для построения конуса. Так строится каждый фрагмент.

### Обсуждение

Предложенный подход моделирования на основе методов процедурно-математической трансформации пространства характеризуется универсальностью, так как использует только числовые данные геометрии сосудов. Они могут относиться к любому органу (почка, печень, селезенка) и руслу (артериальное или венозное). Алгоритмы моделирования при этом не изменяются, могут изменяться лишь их количественные параметры.

Для практического построения 3d-модели могут применяться различные графические средства, например, графические библиотеки Direct3D, OpenGL, Vulkan. На рисунке 3 показан результат визуализации 3d-модели внутриорганного артериального русла почки.

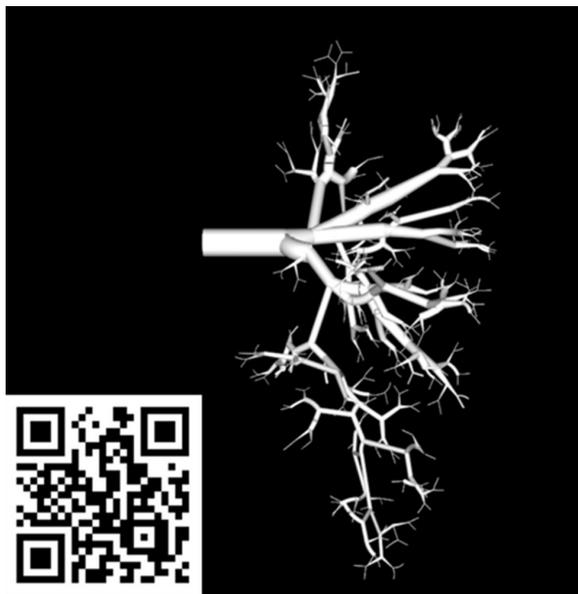


Рис. 3. 3d-модель внутриорганного артериального русла почки

Модель получена в среде программирования Lazarus с применением команд графической библиотеки. Основным геометрическим примитивом модели является закрасненный полигон, задаваемый четырьмя угловыми вершинами. В конечном варианте имеется функция устранения щелей. Во-первых, отсеки бифуркаций имеют переменный диаметр: большее зна-

чение диаметра берется из данных измерения текущего отсека, а меньшее значение – из данных измерения следующего отсека. Во-вторых, применен алгоритм z-буфера компьютерной графики.

Реальные кровеносные сосуды характеризуются разнообразием форм. В связи с этим, кроме геометрических характеристик, каждый сегмент должен иметь признак изгиба (дуга, парабола, выпукло-вогнутая форма). Форма сегмента задается с помощью приращений угла наклона его фрагментов  $\phi$  во вспомогательной системе координат. Кроме того, поворот фрагментов в составе бифуркации на угловые приращения  $\psi$  по закону логарифмической спирали дает «закручивание» сосудистого дерева в пространстве. Направлением дальнейшего развития предложенного подхода является моделирование кровеносной системы с патологиями.

### **Заключение**

В результате исследований предложен подход к созданию реалистических пространственных моделей, предназначенный для визуализации сосудистых систем органов человека. В основу моделирования положены методы процедурно-математической трансформации пространственных древовидных структур.

Своеобразие предложенного подхода заключается в параллельном построении 2d- и 3d-моделей. Математическая 2d-модель применяется для задания структуры сосудистой системы с количественно верными геометрическими характеристиками сосудов. 3d-модель является результатом процедурной трансформации 2d-модели. Ход трансформации отвечает характерному для природных объектов закону логарифмической спирали.

При построении модели в качестве исходных данных используются геометрические характеристики сосудов реальных органов, что повышает достоверность созданных визуальных образов. Полученная модель характеризуется универсальностью и может при замене исходных данных представлять сосудистые системы различных органов.

Предложенный подход процедурно-математического моделирования может применяться для создания пространственных моделей органов человека в электронных атласах, автоматизированных обучающих системах, облачных сервисах, используемых для самостоятельной индивидуальной работы.

**Информация о конфликте интересов.** Конфликт интересов отсутствует.

**Информация о спонсорстве.** Исследование выполнено в рамках гранта РФФИ №18-29-09118

*Список литературы*

1. Артериальная система человека в цифрах и формулах / О.К. Зенин [и др.]. Донецк: Донбасс, 2002. 196 с.
2. Зенин О.К. Исследование закономерностей строения русла коронарных артерий человека / О.К. Зенин, Н.Н. Кизилова, Е.Н. Филиппова // Биофизика. 2007. Т. 52, № 5. С. 924-930.
3. Зиатдинов Р.А. О некоторых классах плоских кривых с монотонной функцией кривизны, их эстетической функции и приложениях в промышленном дизайне / Р.А. Зиатдинов, Р.И. Набиев, К.Т. Миура // Вестник Московского авиационного института. 2013. Т. 20, № 2. С. 209-218.
4. Набиев Р.И. Эстетический анализ плоских кривых с монотонной функцией кривизны. 1. Псевдоспираль / Р.И. Набиев, Р.А. Зиатдинов // Системы проектирования, технологической подготовки производства и управления этапами жизненного цикла промышленного продукта (CAD/CAM/PDM - 2013): Труды 13-й Международной конференции. под редакцией Е.И. Артамонова. ООО «Аналитик», 2013. С. 234-235.
5. Соответствие углов слияния подкожных вен человека правилам Ру в математической интерпретации Мюррея / Н.Р. Урманцева [и др.] // Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки. 2020. Т. 31, № 2. С. 79-91. <https://doi.org/10.26117/2079-6641-2020-31-2-79-91>
6. Способ изготовления анатомических препаратов головного мозга человека с инъекцией сосудов цветным силиконом (техническое описание) / М.А. Шкарубо [и др.] // «Вопросы нейрохирургии» имени Н.Н. Бурденко. 2018. Т. 82, № 2. С. 59-64.
7. A Very Quickly Prepared, Colored Silicone Material for Injecting into Cerebral Vasculature for Anatomical Dissection: A Novel and Suitable Material for both Fresh and Non-Fresh Cadavers / K. Urgun [et al.] // Turkish Neurosurgery. 2016. Vol. 26. № 4. P. 568-573. <https://doi.org/10.5137/1019-5149.JTN.12293-14.1>
8. Bajaj C. Modeling Cardiovascular Anatomy from Patient-Specific Imaging / C. Bajaj, S. Goswami // Advances in Computational Vision and Medical Image Processing. Dordrecht: Springer Netherlands, 2009. P. 1-28.
9. Blood vessel segmentation algorithms — Review of methods, datasets and evaluation metrics / S. Moccia [et al.] // Computer Methods and Programs in Biomedicine. 2018. Vol. 158. P. 71-91. <https://doi.org/10.1016/j.cmpb.2018.02.001>
10. Cook T.A. The Curves of Life / T.A. Cook. — New York: Courier Dover Publications, 1979. 479 p.
11. Fusion of Resampled 3D MR Images for Geometric Modeling of Blood Vessels / M. Kocinski [et al.] // 2018 International Conference on Signals and

- Electronic Systems (ICSES). IEEE, 2018. P. 218-223. <https://doi.org/10.1109/ICSES.2018.8507273>
12. Hemenway P. The Secret Code : the mysterious formula that rules art, nature, and science. / P. Hemenway. London: Taschen UK, 2008. 208 p.
  13. Logarithmic spiral - Wikipedia [Электронный ресурс]. URL: [https://en.wikipedia.org/wiki/Logarithmic\\_spiral](https://en.wikipedia.org/wiki/Logarithmic_spiral) (дата обращения: 22.11.2021).
  14. Murray C.D. The physiological principle of minimum work applied to the angle of branching of arteries / C.D. Murray // Journal of General Physiology. 1926. Vol. 9, № 6. P. 835-841. <https://doi.org/10.1085/jgp.9.6.835>
  15. Rosen R. Optimality Principles in Biology. Optim. Princ. Biol. / R. Rosen. Boston, MA: Springer US, 1967. 198 p. <https://doi.org/10.1007/978-1-4899-6419-9>
  16. Settecase F. Advanced vascular imaging techniques / F. Settecase, V.L. Rayz // Handbook of Clinical Neurology. 2021. P. 81-105. <https://doi.org/10.1016/B978-0-444-64034-5.00016-X>
  17. Vessel Visualization using Curved Surface Reformation / T. Auzinger [et al.] // IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics. 2013. Vol. 19. № 12. P. 2858-2867. <https://doi.org/10.1109/TVCG.2013.215>
  18. Wischgoll T. Modeling and Visualization of Cardiovascular Systems / T. Wischgoll // Scientific Visualization: Advanced Concepts. Dagstuhl: Schloss Dagstuhl--Leibniz-Zentrum fuer Informatik, 2010. P. 210-226. <https://doi.org/10.4230/DFU.SciViz.2010.210>
  19. Yoshida N. Interactive Control of Planar Class A Bézier Curves using Logarithmic Curvature Graphs / N. Yoshida, T. Hiraiwa, T. Saito // Computer-Aided Design and Applications. 2008. Vol. 5. № 1-4. P. 121-130. <https://doi.org/10.3722/cadaps.2008.121-130>

### References

1. *Arterial'naya sistema cheloveka v tsifrah i formulakh* [Human arterial system in numbers and formulas] / O.K. Zenin [et al.]. Donetsk: Donbass, 2002, 196 p.
2. Zenin O.K., Kizilova N.N., Filippova E.N. Issledovanie zakonornostey stroeniya rusla koronarnykh arteriy cheloveka [Studies on the structure of human coronary vasculature] *Biofizika* [Biophysics], 2007, vol. 52, no. 5, pp. 924-930.
3. Ziatdinov R.A., Nabiev R.I., Miura K.T. O nekotorykh klassakh ploskikh krivykh s monotonnoy funktsiyey krivizny, ikh esteticheskoy funktsii i prilozheniyakh v promyshlennom dizayne [On some classes of plane curves with a monotonic function of curvature, their aesthetic function and applications in industrial design]. *Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta* [Herald of Moscow Aviation Institute], 2013, vol. 20, no. 2, pp. 209-218.

4. Nabiev R.I., Ziatdinov R.A. Esteticheskiy analiz ploskikh krivyykh s monotonnoy funktsiyey krivizny. 1. Psevdo-spirali [Aesthetic analysis of plane curves with a monotonic curvature function. 1. Pseudo-spirals]. *Sistemy proektirovaniya, tekhnologicheskoy podgotovki proizvodstva i upravleniya etapami zhiznennogo tsikla promyshlennogo produkta (CAD/CAM/PDM - 2013): Trudy 13-y Mezhdunarodnoy konferentsii. pod redaktsiyey E.I. Artamonova* [Systems of design, technological preparation of production and management of the stages of the life cycle of an industrial product (CAD / CAM / PDM - 2013): Proceedings of the 13th International Conference. edited by E.I. Artamonov.]. OOO «Analitik», 2013. P. 234-235.
5. Urmantseva N.R. et al. Sootvetstvie uglov sliyaniya podkozhnykh ven cheloveka pravilam Ru v matematicheskoy interpretatsii Myurreya [Correspondence of angles of fusion of human saphenous veins to Roux's rules in the mathematical interpretation of Murray]. *Vestnik KRAUNTS. Fiziko-matematicheskie nauki* [Bulletin of KRAUNTS. Physics and mathematics], 2020, vol. 31, no. 2, pp. 79-91. <https://doi.org/10.26117/2079-6641-2020-31-2-79-91>
6. Shkarubo M.A. et al. Sposob izgotovleniya anatomicheskikh preparatov golovno mozga cheloveka s in'ektsiyey sosudov tsvetnym silikonom (tekhnicheskoe opisaniye) [A method for the manufacture of anatomical preparations of the human brain with the injection of vessels with colored silicone (technical description)]. *Voprosy neyrokhirurgii» imeni N.N. Burdenko* [Questions of neurosurgery NN Burdenko], 2018, vol. 82, no. 2, pp. 59-64.
7. Urgun, Kamran, Zafer Orkun Toktas, Akin Akakin, Baran Yilmaz, Soner Sahin, and Turker Kilic. A Very Quickly Prepared, Colored Silicone Material for Injecting into Cerebral Vasculature for Anatomical Dissection: A Novel and Suitable Material for Both Fresh and Non-Fresh Cadavers. *Turkish Neurosurgery*, 2016, vol. 26, no. 4, pp. 568–73. <https://doi.org/10.5137/1019-5149.JTN.12293-14.1>
8. Bajaj, Chandrajit, and Samrat Goswami. Modeling Cardiovascular Anatomy from Patient-Specific Imaging. *Advances in Computational Vision and Medical Image Processing*, 2009, pp. 1–28.
9. Moccia, Sara, Elena De Momi, Sara El Hadji, and Leonardo S. Mattos. Blood Vessel Segmentation Algorithms — Review of Methods, Datasets and Evaluation Metrics. *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, 2018, vol. 158, pp. 71–91. <https://doi.org/10.1016/j.cmpb.2018.02.001>
10. Cook, Theodore Andrea. *The Curves of Life*. New York: Courier Dover Publications, 1979, 479 p.
11. Kocinski, Marek, Andrzej Materka, Marcin Elgalal, and Agata Majos. Fusion of Resampled 3D MR Images for Geometric Modeling of Blood Vessels. *2018 International Conference on Signals and Electronic Systems (ICSES)*, pp. 218–223. IEEE, 2018. <https://doi.org/10.1109/ICSES.2018.8507273>

12. Hemenway, Priya. *The Secret Code : The Mysterious Formula That Rules Art, Nature, and Science*. London: Taschen UK, 2008, 208 p.
13. Logarithmic Spiral - Wikipedia. Accessed November 22, 2021. [https://en.wikipedia.org/wiki/Logarithmic\\_spiral](https://en.wikipedia.org/wiki/Logarithmic_spiral)
14. Murray, C.D. The Physiological Principle of Minimum Work Applied to the Angle of Branching of Arteries. *Journal of General Physiology*, July 20, 1926, vol. 9, no. 6, pp. 835–41. <https://doi.org/10.1085/jgp.9.6.835>
15. Rosen, Robert. *Optimality Principles in Biology*. *Optimality Principles in Biology*. Boston, MA: Springer US, 1967, 198 p. <https://doi.org/10.1007/978-1-4899-6419-9>
16. Settecase, Fabio, and Vitaliy L. Rayz. Advanced Vascular Imaging Techniques. *Handbook of Clinical Neurology*, 2021, pp. 81–105. <https://doi.org/10.1016/B978-0-444-64034-5.00016-X>
17. Auzinger, Thomas, Gabriel Mistelbauer, Ivan Baclija, Rudiger Scherthaner, Arnold Kochl, Michael Wimmer, M. Eduard Groller, and Stefan Bruckner. “Vessel Visualization Using Curved Surface Reformation.” *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 2013, vol. 19, no. 12, pp. 2858-2867. <https://doi.org/10.1109/TVCG.2013.215>
18. Wischgoll, Thomas. Modeling and Visualization of Cardiovascular Systems. *Scientific Visualization: Advanced Concepts*. Dagstuhl: Schloss Dagstuhl–Leibniz-Zentrum fuer Informatik, 2010. pp. 210-226. <https://doi.org/10.4230/DFU.SciViz.2010.210>
19. Yoshida, Norimasa, Tomoyuki Hiraiwa, and Takafumi Saito. “Interactive Control of Planar Class A Bézier Curves Using Logarithmic Curvature Graphs.” *Computer-Aided Design and Applications*, 2008, vol. 5, no. 1–4, pp. 121-130. <https://doi.org/10.3722/cadaps.2008.121-130>

### ДАнные ОБ АВТОРАХ

**Зенин Олег**, д-р мед. наук, профессор кафедры «Анатомия человека»

*Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Пензенский государственный университет»*

*ул. Красная, 40, г. Пенза, 440026, Российская Федерация  
zen.olegz@gmail.com*

**Косников Юрий Николаевич**, д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры «Информационно-вычислительные системы»

*Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Пензенский государственный университет»*

*ул. Красная, 40, г. Пенза, 440026, Российская Федерация  
kosnikov@gmail.com*

**Кафаров Эдгар Сабирович**, д-р мед. наук, профессор, заведующий кафедрой «Нормальная и топографическая анатомия с оперативной хирургией»

*Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Чеченский государственный университет»*

*ул. Шерипова, 32, г. Грозный, 364093, Российская Федерация  
Edgar-kafaroff@yandex.ru*

#### **DATA ABOUT THE AUTHORS**

**Oleg Zenin**, Dr. Sc. (Medicine), Professor of Human anatomy

*Penza State University*

*40, Krasnaya Str., Penza, 440026, Russian Federation*

*SPIN-code: 3159-1346*

*ORCID: 0000-0002-5447-1989*

*ResearcherID: O-7965-2015*

*Scopus Author ID: 57198085128*

**Yury N. Kosnikov**, Dr. Sc. (Technical), Professor

*Penza State University*

*40, Krasnaya Str., Penza, 440026, Russian Federation*

*kosnikov@gmail.com*

*SPIN-code: 8818-0590*

*ORCID: 0000-0003-4717-7682*

*ResearcherID: A-4799-2014*

*Scopus Author ID: 6504300037*

**Edgar S. Kafarov**, Dr. Sc. (Medicine), Professor, Head of the Department of Gross and Topographic Anatomy with Operative Surgery

*Chechen State University*

*32, Sheripova Str., Grozny, 364093, Russian Federation*

*Edgar-kafaroff@yandex.ru*

*SPIN-code: 5423-8289*

*ORCID: 0000-0001-9735-9981*

*ResearcherID: K-1138-2017*

*Scopus Author ID: 39461511200*