

КАРДИОЛОГИЯ. СЕРДЕЧНО-СОСУДИСТЫЕ ЗАБОЛЕВАНИЯ

CARDIOLOGY AND CARDIOVASCULAR MEDICINE

DOI: 10.12731/2658-6649-2021-13-2-11-31

УДК 611.061.1

ОСОБЕННОСТИ ГЕМОДИНАМИКИ В СТРУКТУРНО-РАЗЛИЧНЫХ ВНУТРИОРГАННЫХ АРТЕРИАЛЬНЫХ БИФУРКАЦИЯХ СЕРДЦА ЧЕЛОВЕКА, ВЫЯВЛЯЕМЫЕ С ПОМОЩЬЮ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

О.К. Зенин, В.С. Оверко, А.В. Дмитриев, И.С. Милтых

Цель. Путём численного моделирования проверить предположение о связи между типом дихотомии и особенностями движения крови в структурно-различных бифуркациях внутриорганный артериального русла сердца человека.

Материал и методы. Использовали результаты морфометрии реального артериального русла сердца. Для моделирования нестационарного ламинарного течения применяли решение полной системы уравнений Навье-Стокса, полученное с помощью неявной разностной схемы в пакете ANSYS.

Результаты. Установлено: дихотомия (бифуркация) первого типа (полная асимметрия) увеличивает интенсивность флуктуаций расхода и максимальную скорость потока, а также уменьшает динамическую вязкость крови в большей ветви. В меньшей ветви формируется квазистационарное течение. Дихотомия (бифуркация) второго типа (боковая асимметрия) уменьшает максимум скорости потока и значение динамической вязкости во всех ветвях.

Дихотомия (бифуркация) третьего типа (односторонняя симметрия) увеличивает максимум скорости потока и уменьшает динамическую вязкость. Дихотомия (бифуркация) четвертого типа (полная симметрия) уменьшает максимум скорости потока, деформирует профиль скорости и значительно увеличивает вязкость крови. Более того зона с увеличенной вязкостью распространяется из ядра потока практически на всю область течения.

Выводы. Результаты моделирования позволяют утверждать о разной функциональной роли артериальных дихотомий (бифуркаций) структурно-различных типов. После прохождения различных типов дихотомий (бифуркаций) поток крови приобретает унифицированные свойства, необходимые для течения в гемомикроциркуляторном участке русла. Выявленные особенности необходимо учитывать при численном моделировании структуры внутриорганичного артериального русла сердца человека и внутриартериальной гемодинамики.

Ключевые слова: численное моделирование; гемодинамика; внутриорганичное артериальное русло сердца; структурно-различные дихотомии (бифуркации)

Для цитирования: Зенин О.К., Оверко В.С., Дмитриев А.В., Милтых И.С. Особенности гемодинамики в структурно-различных внутриорганичных артериальных бифуркациях сердца человека, выявляемые с помощью численного моделирования // Siberian Journal of Life Sciences and Agriculture. 2021. Т. 13, № 2. С. 11-31. DOI: 10.12731/2658-6649-2021-13-2-11-31

HEMODYNAMIC FEATURES IN A STRUCTURALLY DIFFERENT ARTERIAL INTRAORGANIC BIFURCATIONS OF THE HUMAN HEART BY NUMERICAL MODELING

O.K. Zenin, V.S. Overko, A.V. Dmitriev, I.S. Milytkh

Aim. Check the hypothesis about the connection between the type of dichotomy and the peculiarities of blood movement in structurally different bifurcations of the intraorgan arterial bed of the human heart using numerical modeling.

Materials and methods. The results of morphometry of the real arterial bed of the heart were used. To simulate unsteady laminar flow, we used the solution of the complete system of Navier-Stokes's equations, obtained using an implicit difference scheme in the ANSYS package.

Results. It was found that dichotomy (bifurcation) of the first type (complete asymmetry) increases the intensity of flow rate fluctuations and the maximum flow rate and decreases the dynamic viscosity of blood in the larger branch. A quasi-stationary flow is formed in the smaller branch. Dichotomy (bifurcation) of the second type (lateral asymmetry) reduces the maximum flow rate and the value of dynamic viscosity in all branches. Dichotomy (bifurcation) of the third type (unilateral symmetry) increases the maximum flow rate and decreases the dynamic viscosity. Dichotomy (bifurcation) of the fourth type (complete symmetry) reduces the maximum flow velocity, deforms the velocity profile, and significantly increases blood viscosity. Moreover, the zone with increased viscosity extends from the flow core to almost the entire flow area.

Conclusion. The simulation results allow us to assert a different functional role of arterial dichotomies (bifurcations) of structurally different types. After passing through various types of dichotomies (bifurcations), the blood flow acquires unified properties necessary for the flow in the hemomicrocirculatory section of the bed. The revealed features must be considered in the numerical modeling of the structure of the intraorgan arterial bed of the human heart and intra-arterial hemodynamics.

Keywords: numerical modelling; hemodynamics; intraorganic arterial bed of the heart; structurally different dichotomies

For citation. Zenin O.K., Overko V.S., Dmitriev A.V., Milykh I.S. Hemodynamic features in a structurally different arterial intraorganic bifurcations of the human heart by numerical modeling. *Siberian Journal of Life Sciences and Agriculture*, 2021, vol. 13, no. 2, pp. 11-31. DOI: 10.12731/2658-6649-2021-13-2-11-31

Список сокращений:

D – внутренних диаметр материнского сегмента, d_{\max} – внутренний диаметр большего дочернего сегмента, d_{\min} – внутренний диаметр меньшего дочернего сегмента, L – длина материнского сегмента, l_{\max} – длина большего дочернего сегмента, l_{\min} – длина меньшего дочернего сегмента.

Введение

В соответствии с дихотомической (бифуркационной) моделью строения артериального русла сердца, его структурно-функциональной единицей является дихотомия (бифуркация). Это конструкция, состоящая из материнского сегмента и двух дочерних артериальных сегментов [1, 3].

Впервые проблема функциональной анатомии артериальных разветвлений (бифуркаций, дихотомий) была сформулирована в 1878 году в докторской диссертации немецкого анатома и эмбриолога Вильгельма

Ру [26]. На основании своих наблюдений он пришел к выводу, что форма разветвления (дихотомии) похожа на форму струи жидкости, вытекающей из отверстия трубки. Для объяснения этого явления автор предложил гипотезу о том, что конструкция кровеносной системы отвечает принципу минимальных затрат биологического материала, израсходованного на ее построение, и принципу минимальных энергетических затрат, необходимых для продвижения по ней крови. При этом артериальные дихотомии принимают конфигурации, которые для данных условий являются самыми лучшими, т.е. оптимальными. Cecil Murray исследовал кровеносные сосуды, а в 1926 году изложил результаты в виде математических формул – «Murray's law» [19, 20]. В современной научной литературе представлено большое количество работ, которые как подтверждают [6, 18], так и указывают на неполное соответствие теории (Murray's law) результатам морфометрии реальных артериальных русел [12, 14, 15, 17, 24, 25, 28]. Появились работы, в которых данное правило используется для численного моделирования структуры артериальных русел, представления их в качестве фрактальных конструкций [7, 23].

На основании этого моделирования делаются выводы о внутриартериальной гемодинамике жизненно важных органов человека [10, 13].

В работах [2, 4, 5] убедительно показано наличие 4-х структурно-различных типов дихотомий (бифуркаций), составляющих внутриорганный артериальный русло сердца. А именно: 1) полная асимметрия – величины диаметров сегментов (D, d_{\max}, d_{\min}), которые составляют дихотомию, не равны между собой, 2) боковая асимметрия – величина диаметра материнского сегмента (D) равна значению диаметра большего из дочерних сегментов (d_{\max}), 3) односторонняя симметрия – величины диаметров дочерних сегментов (d_{\max}, d_{\min}) равны между собой и не равны значению диаметра материнского сегмента, 4) полная симметрия – величины диаметров всех сегментов (D, d_{\max}, d_{\min}) равны между собой. Кроме того, было сделано допущение о различной функциональной роли отдельных участков артериального русла и особенно артериальных дихотомий (бифуркаций). Литературных данных, подтверждающих или опровергающих эту гипотезу, обнаружить не удалось.

Цель работы: путём численного моделирования проверить предположение о связи между типом дихотомии и особенностями движения крови в структурно-различных бифуркациях внутриорганного артериального русла сердца человека.

Материалы и методы

Задача решалась в нестационарной трехмерной постановке, стенки артерий считались неупругими, что позволило избежать использования ресурсоемких алгоритмов взаимодействия жидкости с упругими стенками артериальных сегментов. Данное приближение использовано в соответствии с результатами работ [9, 26] которые показали, что величины сдвиговых напряжений на стенке качественно и количественно практически не отличаются у моделей использующих приближение твёрдых стенок и упругих стенок. Кровь считалась неньютоновской жидкостью с плотностью 1060 кг/м^3 и динамической вязкостью, изменяющейся согласно модели Карро [11, 23].

Зависимость динамической вязкости от сдвиговых напряжений в этой модели описывается следующей формулой [22]:

$$\mu = \mu_{\infty} + (\mu_0 - \mu_{\infty})(1 + (\lambda\dot{\gamma})^2)^{\alpha} \quad (1)$$

где $\mu_{\infty} = 0.0056 \text{ Па} \cdot \text{с}$, динамическая вязкость в условии отсутствия сдвиговых напряжений, $\mu_0 = 0.0036 \text{ Па} \cdot \text{с}$, динамическая вязкость в условии максимальных сдвиговых напряжений, $\lambda = 3.313$, $\alpha = 0.3568$.

Для моделирования нестационарного ламинарного течения использовалось решение полной системы уравнений Навье–Стокса, полученное с помощью неявной разностной схемы в пакете ANSYS. Давление определялось по стандартной схеме, для определения скоростей использовалась схема с разностями против потока второго порядка точности. Что касается взаимосвязи между расчетами скоростей и давления, то для моделирования была использована схема PISO [16]. Временной шаг постоянный и равен 1 мс.

Система расчетных уравнений имеет вид:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial y} + v \frac{\partial u}{\partial z} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (2)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial z} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (3)$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial y} + v \frac{\partial w}{\partial z} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

На входной границе расчетной области был использован параболический профиль скорости, соответствующий объемному кровотоку на данном уровне ветвления артериальной системы в течение кардиального

цикла. Рассчитывались два кардиальных цикла, результаты взяты для второго, так как различия значительны между результатами моделирования для первого и второго циклов, между вторым и последующими пренебрежимо малы. Данное допущение базировалось на проделанном нами тестовом расчете неньютоновского течения крови в прямой трубке для трех кардиальных циклов. На выходе расчетной области задавалось фоновое давление, равное 0 Па. Для корректного моделирования возвратного течения был использован метод «коррекции по ближайшим ячейкам» [8]. На стенках сосуда задавались условия прилипания.

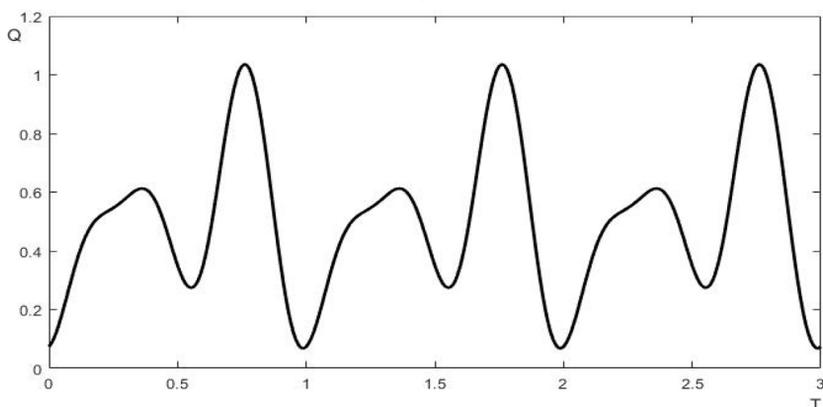


Рис. 1. Кривая зависимости безразмерного расхода (Q) от безразмерного времени (T)

В качестве морфометрических характеристик структурно-различных дихотомий (бифуркаций) внутриорганного артериального русла сердца использовали данные, приведенные в работе [5] (табл. 1).

Таблица 1.

Морфометрические характеристики структурно-различных типов дихотомий внутриорганного артериального русла сердца человека

Морфометрические характеристики, мм	Величины морфометрических характеристик дихотомий структурно-различных типов			
	Дихотомия тип 1 (X)	Дихотомия тип 2 (X)	Дихотомия тип 3 (X)	Дихотомия тип 4 (X)
D	0,8	0,73	0,48	0,72
d _{max}	0,64	0,73	0,32	0,72

Окончание табл. 1.

d_{\min}	0,38	0,44	0,32	0,72
L	4	3,65	3,57	9
l_{\max}	3	3,65	2,38	9
l_{\min}	2	1,75	2,38	9

Примечания: D – внутренних диаметр материнского сегмента, d_{\max} – внутренний диаметр большего дочернего сегмента, d_{\min} – внутренний диаметр меньшего дочернего сегмента, L –длина материнского сегмента, l_{\max} – длина большего дочернего сегмента, l_{\min} – длина меньшего дочернего сегмента.

Величины углов между артериальными сегментами, составляющими дихотомию, рассчитывали, используя уравнения Мургау С.Д. [21]. Для создания виртуальной геометрии и построения расчетной сетки были использованы средства пакета ANSYS.

Результаты

Результаты компьютерного эксперимента представлены на рис. 2, 3, 4, 5. Анализ результатов показал, что течение в первом типе артериальных дихотомий (бифуркаций) характеризуется увеличением максимальной скорости в большей по диаметру дочерней ветви (d_{\max}) и уменьшением скорости в меньшей ветви (d_{\min}) (рис. 2 а, b, c, d).

Кроме того, поле скорости в меньшей ветви (d_{\min}) характеризуется незначительными изменениями в разные периоды кардиального цикла, в отличии от родительского сосуда (D) и большей ветви (d_{\max}). Неньютоновские свойства в дихотомии этого типа меняются следующим образом. Как в большей (d_{\max}), так и в меньшей (d_{\min}) ветви вязкость крови в ядре потока уменьшается за счет увеличения деформации профиля скорости и соответственного увеличения сдвиговых напряжений (рис. 2 е, f).

Результаты моделирования тока в дихотомиях (бифуркациях) второго типа (боковая асимметрия) приведены на рис. 3 а, b, c, d, е, f. Как следует из приведенного, максимум скорости в большей дочерней ветви (d_{\max}) существенно ниже максимума скорости в родительской ветви (D). Поле скорости в меньшей ветви (d_{\min}) испытывает значительные колебания в течение кардиального цикла (рис. 3 а, b, c, d). После прохождения потоком крови дихотомии (бифуркации) второго типа (боковая асимметрия) неньютоновские свойства крови изменяются незначительно. Динамическая вязкость увеличивается в большей дочерней ветви (d_{\max}) и уменьшается в меньшей дочерней ветви (d_{\min}) (рис. 2 е, f).

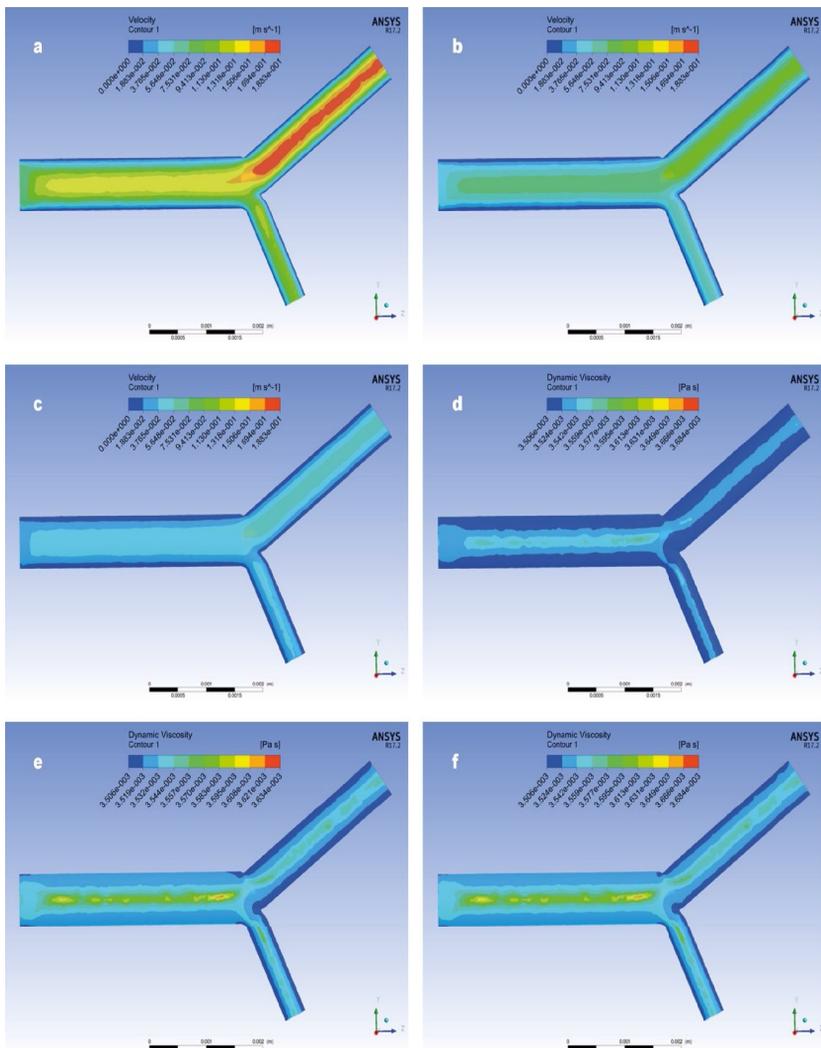


Рис. 2. Результаты моделирования течения в дихотомиях (бифуркациях) тип 1 (полная асимметрия): а – поле скорости, систолический максимум, б – поле скорости, диастолический максимум, с – поле скорости, диастолический минимум, д – динамическая вязкость, систолический максимум, е – динамическая вязкость, диастолический максимум, ф – динамическая вязкость, диастолический минимум.

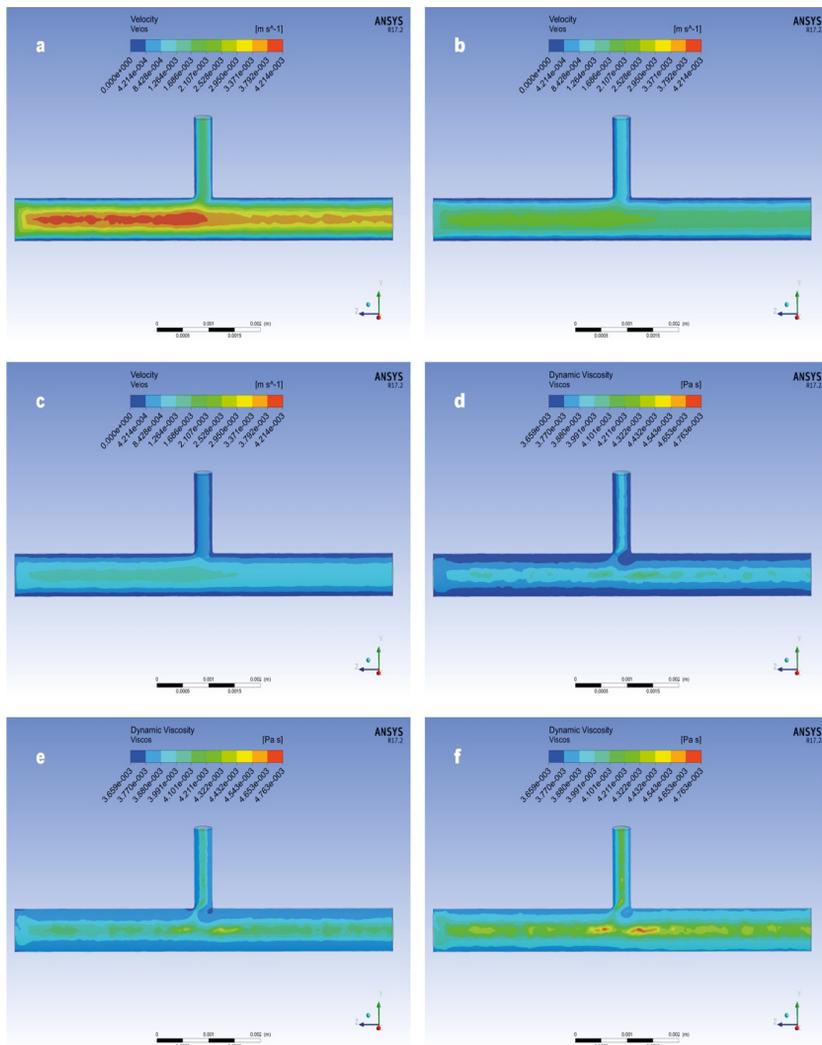


Рис. 3. Результаты моделирования течения в дихотомиях (бифуркациях) тип 2 (боковая асимметрия): а – поле скорости, систолический максимум, б – поле скорости, диастолический максимум, с – поле скорости, диастолический минимум, д – динамическая вязкость, систолический максимум, е – динамическая вязкость, диастолический максимум, ф – динамическая вязкость, диастолический минимум

Течение в третьем типе артериальных дихотомий (бифуркаций) (односторонняя симметрия) характеризуется увеличением максимальной скорости в дочерних ветвях (рис. 4 а, b, с, d, e, f).

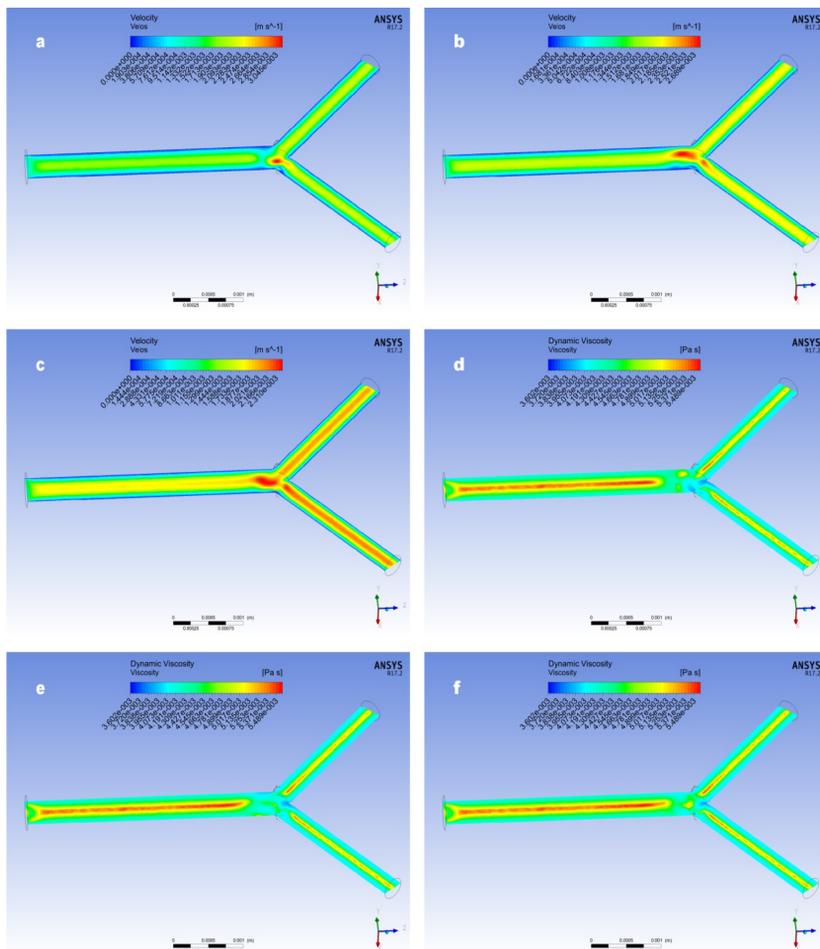


Рис. 4. Результаты моделирования течения в дихотомиях (бифуркациях) тип 3 (односторонняя симметрия): а – поле скорости, систолический максимум, б – поле скорости, диастолический максимум, с – поле скорости, диастолический минимум, д – динамическая вязкость, систолический максимум, е – динамическая вязкость, диастолический максимум, ф – динамическая вязкость, диастолический минимум.

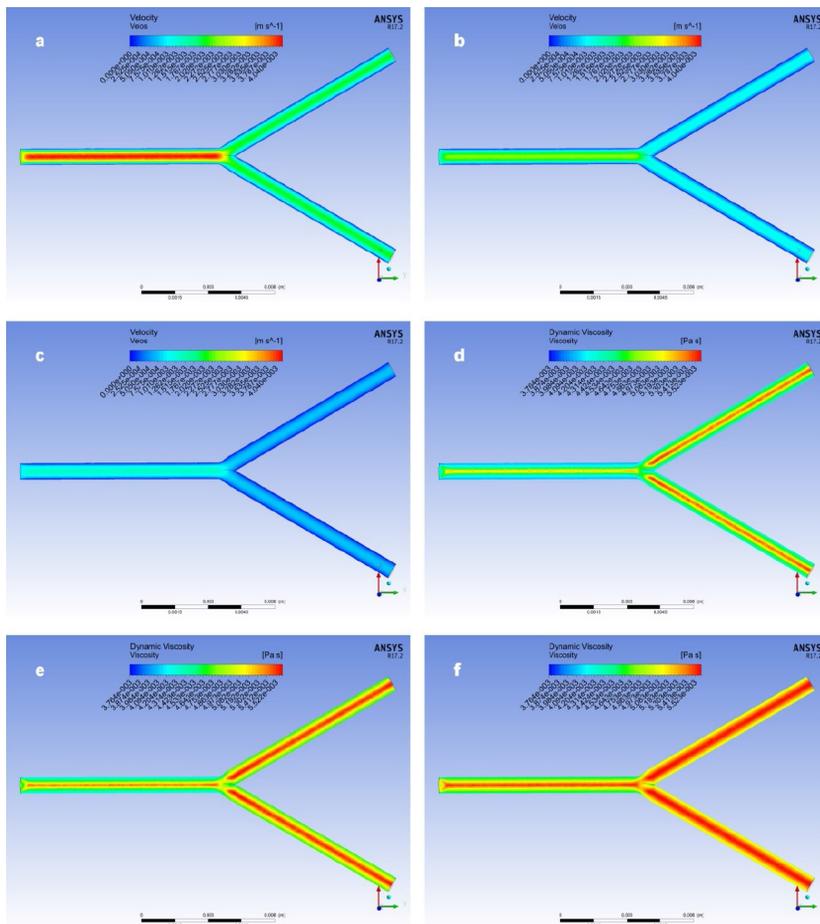


Рис. 5. Результаты моделирования течения в дихотомиях (бифуркациях) тип 4 (полная симметрия): а – поле скорости, систолический максимум, б – поле скорости, диастолический максимум, с – поле скорости, диастолический минимум, д – динамическая вязкость, систолический максимум, е – динамическая вязкость, диастолический максимум, ф – динамическая вязкость, диастолический минимум.

В области перед разветвлением заметно вихреобразование в фазе систолы. В диастолической фазе профиль скорости становится менее заполненным, с более выраженным максимумом на оси. Появляются зоны с

повышенной вязкостью на оси сосудов. Непосредственно в точке деления материнского сегмента сосуда сдвиговые напряжения значительно увеличиваются. В течение кардиального цикла колебания вязкости в целом незначительны для прямолинейных участков как родительского (D), так и дочерних сосудов (d_{\max} , d_{\min}).

Течение в четвёртом типе артериальных дихотомий (бифуркаций) (полная симметрия) характеризуется значительным уменьшением скорости в дочерних ветвях по сравнению с родительским сосудом, а также уплощением профиля скорости в поперечном сечении сосуда (рис. 5 a, b, c, d, e, f.). Также профиль скорости становится более заполненным, отрывная зона не возникает.

Обсуждение

По данным литературы, убедительно показано наличие четырех структурно-различных типов дихотомий (бифуркаций), составляющих артериальное русло сердца [2, 5]. Более того, было сделано допущение об их различной функциональной роли [4]. Однако данных, подтверждающих или опровергающих эту гипотезу, обнаружить не удалось. Поэтому исследование преследовало цель путём численного моделирования проверить предположение о связи между типом дихотомии и особенностями движения крови в структурно-различных бифуркациях внутриоргана артериального русла сердца человека. Реальная геометрия использовалась для того, чтобы минимизировать влияние индивидуальной анатомической вариабельности. Использование приближения неньютоновской жидкости позволяет получить распределение сдвиговых напряжений, полей скорости и давления, которые позволяют более достоверно анализировать процессы, происходящие в структурно-различных артериальных дихотомиях (бифуркациях).

Численное моделирование тока крови в дихотомиях (бифуркациях) 1-го типа (полная асимметрия) показало, что прохождение потока крови через дихотомию первого типа усиливает флуктуации расхода и увеличивает максимальную скорость в большей ветви (d_{\max}) и формирует практически стационарное течение в меньшей ветви (d_{\min}). Вязкость крови в ядре потока, как в большей (d_{\max}), так и в меньшей (d_{\min}) ветви уменьшается за счет увеличения деформации профиля скорости и увеличения сдвиговых напряжений. Таким образом, дихотомия (бифуркация) первого типа (полная асимметрия) увеличивает интенсивность флуктуаций расхода и максимальную скорость потока, а также уменьшает динамическую вязкость

крови в течение кардиального цикла в большей ветви. В меньшей ветви формируется квазистационарное течение.

Картина течения в дихотомиях (бифуркациях) второго типа (боковая асимметрия) демонстрирует, что, несмотря на некоторое структурное сходство второго типа дихотомий (бифуркаций) с первым типом (полная асимметрия), картины течения существенно отличаются. В частности, максимум скорости в большей дочерней ветви (d_{\max}) заметно ниже максимума скорости в родительской ветви (D). Поле скорости в меньшей ветви (d_{\min}) значительно изменяется в течение кардиального цикла, чего не наблюдается в дихотомиях (бифуркациях) первого типа (полная асимметрия). Неньютоновские свойства крови изменяются незначительно после прохождения потоком крови дихотомии (бифуркации) второго типа (боковая асимметрия). Динамическая вязкость увеличивается в большей дочерней ветви (d_{\max}) и уменьшается в меньшей дочерней ветви (d_{\min}). Таким образом, дихотомия (бифуркация) второго типа (боковая асимметрия) уменьшает максимум скорости потока и значение динамической вязкости во всех ветвях.

Результаты моделирования тока крови в третьем типе артериальных дихотомий (бифуркаций) (односторонняя симметрия) убедительно свидетельствуют об увеличении максимальной скорости в дочерних ветвях. В фазе систолы явно проявляется эффект возникновения отрывной зоны. Также нужно отметить, что в диастолической фазе профиль скорости становится менее заполненным, с более выраженным максимумом на оси, это является причиной увеличения сдвиговых напряжений и оказывает влияние на изменение вязкости крови. Наличие областей с низкими сдвиговыми напряжениями на оси потока приводит к возникновению зон с повышенной вязкостью на оси сосудов. В точке разветвления сдвиговые напряжения значительно увеличиваются из-за поворота потока, как следствие этого динамическая вязкость крови уменьшается. В течение кардиального цикла колебания вязкости в целом незначительны для прямолинейных участков как родительского (D), так и дочерних сегментов (d_{\max} , d_{\min}). Однако структура поля вязкости претерпевает значительные изменения, если в материнском сосуде зона с повышенной вязкостью занимает половину диаметра, то уже в дочерних ветвях не более четверти. Кроме того, в фазе диастолического минимума в зоне разветвления возникает область с локально увеличенной динамической вязкостью, что облегчает разделение потока в последующей систолической фазе кардиального цикла. Следовательно, дихотомии (бифуркации) третьего типа (одно-

ронняя симметрия) увеличивают скорость потока и деформируют его профиль таким образом, что сдвиговые напряжения возрастают, что в свою очередь приводит к уменьшению вязкости не только в пристеночной области, но и в ближайшей к стенке области ядра потока. Возникающие при этом силы, вероятно, способствуют концентрации форменных элементов крови вблизи оси сосуда.

Анализ результатов моделирования течения крови в четвертом типе артериальных дихотомий (бифуркаций) (полная симметрия) убедительно демонстрирует значительное уменьшение скорости в дочерних ветвях по сравнению с родительским сосудом, а также уплощение профиля скорости в поперечном сечении сосуда. Профиль скорости становится более заполненным. В отличие от течения крови в третьем типе дихотомий (односторонняя симметрия) отрывная зона не возникает. Уплощение профиля скорости приводит к уменьшению сдвиговых напряжений в ядре потока, что в свою очередь способствует увеличению динамической вязкости потока крови в дочерних ветвях этой дихотомии. Таким образом, дихотомия (бифуркация) четвертого типа (полная симметрия) уменьшает максимум скорости потока, деформирует профиль скорости и значительно увеличивает вязкость крови. Более того зона с увеличенной вязкостью распространяется из ядра потока практически на всю область течения.

Заключение

Результаты численного моделирования течения крови в структурно-различных типах артериальных дихотомий внутриорганный русла сердца человека, позволяют утверждать об их различной функциональной роли.

Первый тип дихотомий (бифуркаций) увеличивает скорость течения в большей дочерней ветви и уменьшает вязкость крови. В меньшей же ветви флуктуации скорости и давления в течение кардиального цикла нивелируются настолько, что формируется квазистационарное течение. Второй тип дихотомий (бифуркаций) уменьшает как скорость, так и вязкость потока крови в обеих дочерних ветвях. Третий тип дихотомий (бифуркаций) увеличивает скорости течения в обеих дочерних ветвях и существенно увеличивает пристеночную зону с пониженной вязкостью. Вследствие этого возникает эффект «шнурования» форменных элементов крови вблизи оси сосуда. Четвертый тип дихотомий (бифуркаций) уменьшает скорость течения и увеличивает вязкость в обеих дочерних ветвях.

Можно предположить, что после последовательного прохождения крови через различные типы дихотомий (бифуркаций) ее поток приобретает

унифицированные свойства, необходимые для течения в гемомикроциркуляторном участке русла.

Выявленные особенности необходимо учитывать при численном моделировании структуры внутриорганный артериального русла сердца человека и внутриартериальной гемодинамики.

Информация о конфликте интересов. Отсутствие конфликта интересов.

Информация о спонсорстве. Проект реализуется при поддержке гранта Фонда содействия развитию институтов гражданского общества в ПФО.

Список литературы

1. Гурьянов В.Г. Математический анализ пределов применимости «Правила Ру» для структурно-различных типов артериальных дихотомий / В.Г. Гурьянов, Ю.В. Довгялло, О.К. Зенин // Украинский морфологический альманах. 2005. Т. 3, № 4. С. 26-27.
2. Дмитриев А.В. Морфометрические особенности дихотомий внутриорганный артериального русла сердца человека // Вестник неотложной и восстановительной медицины. 2008. Т. 9, № 1. С. 32-36.
3. Дмитриев А.В. Концептуальные модели древовидного артериального русла / А.В. Дмитриев, О.К. Зенин, Ю.В. Довгялло // Вестник неотложной и восстановительной медицины. 2007. Т. 8, № 2. С. 297-302.
4. Зенин О.К. Исследование закономерностей строения русла коронарных артерий человека / О.К. Зенин, Н.Н. Кизилова, Е.Н. Филиппова // Биофизика. 2007. Т. 52, № 5. С. 924-930.
5. Штутін, О.А. Морфометрична характеристика дихотомій внутріорганный артериального русла серця людини / О.А. Штутін, А.В. Дмитрієв, О.К. Зенін // Таврический медико-биологический вестник. 2006. Т. 9, № 3. С. 190-193.
6. Angle matching in intravascular elastography / C.R.M. Janssen [et al.] // Ultrasonics, 2000, vol. 38, no. 1-8, pp. 417-423. http://homepage.tudelft.nl/t4n4v/4_Journals/Ultrasonics/Ultr_00.pdf
7. Beek, J.H. Van. Regional myocardial flow heterogeneity explained with fractal networks / J.H. Van Beek, S.A. Roger, J.B. Bassingthwaight // American Journal of Physiology-Heart and Circulatory Physiology, 1989, vol. 257, no. 5, pp. H1670-H1680. <https://doi.org/10.1152/ajpheart.1989.257.5.H1670>
8. Bell, J.B. Second-Order Projection Method for the Incompressible Navier-Stokes Equations / J.B. Bell, P. Colella, H.M. Glaz // Journal of Computational

- Physics, 1989, vol. 85, no. 2, pp. 257-283. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(89\)90151-4](https://doi.org/10.1016/0021-9991(89)90151-4)
9. Blood flow in arterial segments: Rigid vs. deformable walls simulations / K. Stefanou [et al.] // *Journal of Serbian Society for Computational Mechanics*, 2011, vol. 5, no. 1, pp. 69-77. http://www.sscm.kg.ac.rs/jsscm/downloads/Vol5No1/Vol5No1_paper6.pdf
 10. Blood vessel segmentation algorithms – Review of methods, datasets and evaluation metrics / S. Moccia [et al.] // *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, 2018, vol. 158, pp. 71-91. <https://doi.org/10.1016/j.cmpb.2018.02.001>
 11. Computational fluid dynamic simulation of human carotid artery bifurcation based on anatomy and volumetric blood flow rate measured with magnetic resonance imaging / H. Gharahi [et al.] // *International Journal of Advances in Engineering Sciences and Applied Mathematics*, 2016, vol. 8, no. 1, pp. 46-60. <https://doi.org/10.1007/s12572-016-0161-6>
 12. Extension of Murray's law using a non-Newtonian model of blood flow / R. Revellin [et al.] // *Theoretical Biology and Medical Modelling*, 2009, vol. 6, no. 1, article number: 7. <https://doi.org/10.1186/1742-4682-6-7>
 13. Fredrich, T. Dynamic vessel adaptation in synthetic arteriovenous networks / T. Fredrich, M. Welter, H. Rieger // *Journal of Theoretical Biology*, 2019, vol. 483, 109989. <https://doi.org/10.1016/j.jtbi.2019.109989>
 14. Greenwald, S.E. Improving vascular grafts: the importance of mechanical and haemodynamic properties / S.E. Greenwald, C.L. Berry // *The Journal of Pathology*, 2000, vol. 190, no. 3, pp. 292-299. [https://doi.org/10.1002/\(sici\)1096-9896\(200002\)190:3%3C292::aid-path528%3E3.0.co;2-s](https://doi.org/10.1002/(sici)1096-9896(200002)190:3%3C292::aid-path528%3E3.0.co;2-s)
 15. Hagmeijer, R. Critical review of Murray's theory for optimal branching in fluidic networks / R. Hagmeijer, C.H. Venner // *arXiv*, 2018. <https://arxiv.org/abs/1812.09706>
 16. Issa, R. Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting // *Journal of Computational Physics*, 1986, vol. 62, no. 1, pp. 40-65. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(86\)90099-9](https://doi.org/10.1016/0021-9991(86)90099-9)
 17. Limited Bifurcation Asymmetry in Coronary Arterial Tree Models Generated by Constrained Constructive Optimization / W. Schreiner [et al.] // *Journal of General Physiology*, 1997, vol. 109, no. 2, pp. 129-140. <https://doi.org/10.1085/jgp.109.2.129>
 18. Morphometry of the human pulmonary vasculature / W. Huang [et al.] // *Journal of Applied Physiology*, 1996, vol. 81, no. 5, pp. 2123-2133. <https://doi.org/10.1152/jappl.1996.81.5.2123>
 19. Murray, C.D. The Physiological Principle of Minimum Work: I. The Vascular System and the Cost of Blood Volume // *Proceedings of the National Academy*

- of Sciences, 1926, vol. 12, no. 3, pp. 207-214. <https://doi.org/10.1073/pnas.12.3.207>
20. Murray, C.D. The Physiological Principle of Minimum Work: II. Oxygen Exchange in Capillaries // Proceedings of the National Academy of Sciences, 1926, vol. 12, no. 5, pp. 299-304. <https://doi.org/10.1073/pnas.12.5.299>
21. Murray, C.D. The physiological principle of minimum work applied to the angle of branching of arteries // Journal of General Physiology, 1926, vol. 9, no. 6, pp. 835-841. <https://doi.org/10.1085/jgp.9.6.835>
22. Non-Newtonian blood flow in human right coronary arteries: Steady state simulations / B.M. Johnston [et al.] // Journal of Biomechanics, 2004, vol. 37, no. 5, pp. 709-720. <https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2003.09.016>
23. Olufsen M.S. A One-Dimensional Fluid Dynamic Model of the Systemic Arteries / Fauci L.J., Gueron S. (eds) // Computational Modeling in Biological Fluid Dynamics. The IMA Volumes in Mathematics and its Applications, 2001, vol. 124, pp. 167-187. Springer, New York, NY. https://doi.org/10.1007/978-1-4613-0151-6_9
24. Pollanen, M.S. Dimensional optimization at different levels of the arterial hierarchy // Journal of Theoretical Biology, 1992, vol. 159, no. 2, pp. 267-270. [https://doi.org/10.1016/s0022-5193\(05\)80706-4](https://doi.org/10.1016/s0022-5193(05)80706-4)
25. Pries, A.R. Design Principles of Vascular Beds / A.R. Pries, T.W. Secomb, P. Gaehtgens // Circulation Research, 1995, vol. 77, no. 5, pp. 1017-1023. <https://doi.org/10.1161/01.res.77.5.1017>
26. Roux, W. Ueber die Verzweigungen der Blutgefäße. Eine morphologische Studie // Z. Naturwissenschaft, 1878, vol. 12, pp. 205-266.
27. Shibeshi, S.S. The rheology of blood flow in a branched arterial system / S.S. Shibeshi, W.E. Collins // Applied Rheology, 2005, vol. 15, no. 6, pp. 398-405. <https://doi.org/10.1515/arh-2005-0020>
28. The branching angles in computer-generated optimized models of arterial trees / W. Schreiner [et al.] // Journal of General Physiology, 1994, vol. 103, no. 6, pp. 975-989. <https://doi.org/10.1085/jgp.103.6.975>

References

1. Guryanov V.G., Dovgyallo Yu.V., Zenin O.K. *Ukrainskiy morfologicheskii al'manakh*, 2005, vol. 3, no. 4, pp. 26-27.
2. Dmitriev A.V. *Vestnik neotlozhnoy i vosstanovitel'noy meditsiny*, 2008, vol. 9, no. 1, pp. 32-36.
3. Dmitriev A.V., Zenin O.K., Dovgyallo Yu.V. *Vestnik neotlozhnoy i vosstanovitel'noy meditsiny*, 2007, vol. 8, no. 2, pp. 297-302.

4. Zenin O.K., Kizilova N.N., Filippova E.N. *Biofizika*, 2007, vol. 52, no. 5, pp. 924-930.
5. Shtutin O.A., Dmitriev A.V., Zenin O.K. *Tavricheskiy mediko-biologicheskiy vestnik*, 2006, vol. 9, no. 3, pp. 190-193.
6. Janssen C.R.M. et al. Angle matching in intravascular elastography. *Ultrasonics*, 2000, vol. 38, no. 1-8, pp. 417-423. http://homepage.tudelft.nl/t4n4v/4_Journals/Ultrasonics/Ultr_00.pdf
7. Van Beek J.H., Roger S.A., Bassingthwaighe J.B. Regional myocardial flow heterogeneity explained with fractal networks. *American Journal of Physiology-Heart and Circulatory Physiology*, 1989, vol. 257, no. 5, pp. H1670-H1680. <https://doi.org/10.1152/ajpheart.1989.257.5.H1670>
8. Bell J.B., Colella P., Glaz H.M. Second-Order Projection Method for the Incompressible Navier-Stokes Equations. *Journal of Computational Physics*, 1989, vol. 85, no. 2, pp. 257-283. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(89\)90151-4](https://doi.org/10.1016/0021-9991(89)90151-4)
9. Stefanou K. et al. Blood flow in arterial segments: Rigid vs. deformable walls simulations. *Journal of Serbian Society for Computational Mechanics*, 2011, vol. 5, no. 1, pp. 69-77. http://www.sscm.kg.ac.rs/jsscm/downloads/Vol5No1/Vol5No1_paper6.pdf
10. Moccia S. et al. Blood vessel segmentation algorithms — Review of methods, datasets and evaluation metrics. *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, 2018, vol. 158, pp. 71-91. <https://doi.org/10.1016/j.cmpb.2018.02.001>
11. Gharahi H. Computational fluid dynamic simulation of human carotid artery bifurcation based on anatomy and volumetric blood flow rate measured with magnetic resonance imaging. *International Journal of Advances in Engineering Sciences and Applied Mathematics*, 2016, vol. 8, no. 1, pp. 46-60. <https://doi.org/10.1007/s12572-016-0161-6>
12. Revellin R. Extension of Murray's law using a non-Newtonian model of blood flow. *Theoretical Biology and Medical Modelling*, 2009, vol. 6, no. 1, article number: 7. <https://doi.org/10.1186/1742-4682-6-7>
13. Fredrich T., Welter M., Rieger H. Dynamic vessel adaptation in synthetic arteriovenous networks. *Journal of Theoretical Biology*, 2019, vol. 483, 109989. <https://doi.org/10.1016/j.jtbi.2019.109989>
14. Greenwald S.E., Berry C.L. Improving vascular grafts: the importance of mechanical and haemodynamic properties. *The Journal of Pathology*, 2000, vol. 190, no. 3, pp. 292-299. [https://doi.org/10.1002/\(sici\)1096-9896\(200002\)190:3%3C292::aid-path528%3E3.0.co;2-s](https://doi.org/10.1002/(sici)1096-9896(200002)190:3%3C292::aid-path528%3E3.0.co;2-s)
15. Hagmeijer R., Venner C.H. Critical review of Murray's theory for optimal branching in fluidic networks. *arXiv*, 2018. <https://arxiv.org/abs/1812.09706>

16. Issa R. Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting. *Journal of Computational Physics*, 1986, vol. 62, no. 1, pp. 40-65. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(86\)90099-9](https://doi.org/10.1016/0021-9991(86)90099-9)
17. Schreiner W. et al. Limited Bifurcation Asymmetry in Coronary Arterial Tree Models Generated by Constrained Constructive Optimization. *Journal of General Physiology*, 1997, vol. 109, no. 2, pp. 129-140. <https://doi.org/10.1085/jgp.109.2.129>
18. Huang W. Morphometry of the human pulmonary vasculature. *Journal of Applied Physiology*, 1996, vol. 81, no. 5, pp. 2123-2133. <https://doi.org/10.1152/jappl.1996.81.5.2123>
19. Murray C.D. The Physiological Principle of Minimum Work: I. The Vascular System and the Cost of Blood Volume. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 1926, vol. 12, no. 3, pp. 207-214. <https://doi.org/10.1073/pnas.12.3.207>
20. Murray C.D. The Physiological Principle of Minimum Work: II. Oxygen Exchange in Capillaries. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 1926, vol. 12, no. 5, pp. 299-304. <https://doi.org/10.1073/pnas.12.5.299>
21. Murray C.D. The physiological principle of minimum work applied to the angle of branching of arteries. *Journal of General Physiology*, 1926, vol. 9, no. 6, pp. 835-841. <https://doi.org/10.1085/jgp.9.6.835>
22. Johnston B.M. Non-Newtonian blood flow in human right coronary arteries: Steady state simulations. *Journal of Biomechanics*, 2004, vol. 37, no. 5, pp. 709-720. <https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2003.09.016>
23. Olufsen M.S. A One-Dimensional Fluid Dynamic Model of the Systemic Arteries / Fauci L.J., Gueron S. (eds). *Computational Modeling in Biological Fluid Dynamics. The IMA Volumes in Mathematics and its Applications*, 2001, vol. 124, pp. 167-187. Springer, New York, NY. https://doi.org/10.1007/978-1-4613-0151-6_9
24. Pollanen M.S. Dimensional optimization at different levels of the arterial hierarchy. *Journal of Theoretical Biology*, 1992, vol. 159, no. 2, pp. 267-270. [https://doi.org/10.1016/s0022-5193\(05\)80706-4](https://doi.org/10.1016/s0022-5193(05)80706-4)
25. Pries A.R., Secomb T.W., Gahtgens P. Design Principles of Vascular Beds. *Circulation Research*, 1995, vol. 77, no. 5, pp. 1017-1023. <https://doi.org/10.1161/01.res.77.5.1017>
26. Roux, W. Ueber die Verzweigungen der Blutgefäße. Eine morphologische Studie. *Z. Naturwissenschaft*, 1878, vol. 12, pp. 205-266.
27. Shibeshi S.S., Collins W.E. The rheology of blood flow in a branched arterial system. *Applied Rheology*, 2005, vol. 15, no. 6, pp. 398-405. <https://doi.org/10.1515/arh-2005-0020>

28. Schreiner W. et al. The branching angles in computer-generated optimized models of arterial trees. *Journal of General Physiology*, 1994, vol. 103, no. 6, pp. 975-989. <https://doi.org/10.1085/jgp.103.6.975>

ДАнные ОБ АВТОРАХ

Зенин Олег Константинович, д.м.н., профессор кафедры «Анатомия человека»

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Пензенский государственный университет»

ул. Красная, 40, г. Пенза, 440026, Российская Федерация

zen.olegz@gmail.com

Оверко Виталий Станиславович, младший научный сотрудник

Институт прикладной математики и механики НАН Украины

ул. Добровольского, 1, г. Славянск, 84116, Украина

vitaliioverko@gmail.com

Дмитриев Андрей Викторович, к.м.н., заведующий отделением рентгенэндоваскулярной хирургии

Институт неотложной и восстановительной хирургии имени В. К. Гусака

пр. Ленинский, 47, г. Донецк, 83000, Украина

dmitriev72@list.ru

Милтых Илья Сергеевич, студент 3-го курса

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Пензенский государственный университет»

ул. Красная, 40, г. Пенза, 440026, Российская Федерация

ilyamiltykh@outlook.com

DATA ABOUT THE AUTHORS

Oleg K. Zenin, Dr. Sc. (Medicine), Professor of Human anatomy

Penza State University

40, Krasnaya Str., Penza, 440026, Russian Federation

SPIN-code: 3159-1346

ORCID: 0000-0002-5447-1989

ResearcherID: O-7965-2015

Scopus Author ID: 57198085128

Vitalii S. Overko, Researcher

Institute of Applied Mathematics and Mechanics National Academy of Sciences of Ukraine

1, Dobrovolsky Str., Slavyansk, 84116, Ukraine

vitaliioverko@gmail.com

SPIN-code: 5757-6806

Andrey V. Dmitriev, Cand. Sc. (Medicine), Head of the Department of Endovascular Surgery

V.K.Gusak Institute of Emergency and Reconstructive Surgery

47, Leninskiy pr., Donetsk, 83000, Ukraine

dmitriev72@list.ru

Ilya S. Milykh, 3rd year medical student

Penza State University

40, Krasnaya Str., Penza, 440026, Russian Federation

ilyamilykh@outlook.com

SPIN-code: 9363-6873

ORCID: 0000-0002-9130-3255