

DOI: 10.12731/2658-6649-2021-13-3-170-192

УДК 611.18-007.253:519.87

МОРФОМЕТРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПРИМЕНИМОСТИ УРАВНЕНИЙ MURRAY C.D. ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СОСУДИСТЫХ ДИХОТОМИЙ ПОЧКИ ЧЕЛОВЕКА

О.К. Зенин, И.С. Милтых, А.В. Дмитриев, О.О. Юрченко

Цель. Провести анализ применимости уравнений Murray C.D. для расчёта значений углов дихотомий внутриорганного артериального и венозного русел почки человека.

Материал и методы. Были исследованы внутриорганные артерии и вены почек. Почки получены на аутопсии у людей (возраст от 36 до 74 лет; 9 человек мужского пола, 8 – женского), изготовлены 17 коррозионных препаратов: 9 препаратов артериальное русло, 8 – венозное. Визуализацию проводили с помощью микротомографа BRUNKER SkyScan 1178. Для морфометрии использовали программный пакет blender с надстройкой NeuroMorph Measuring tools. Измеряли диаметры сегментов (D , d_{max} , d_{min}) и углы между ними (α_{max} , α_{min}). Для расчетов углов дихотомии пользовались уравнениями Murray C.D.

Результаты. Установлено наличие четырех структурно-различных типов дихотомий, составляющих внутриорганное сосудистое русло почки. Показано, что применять уравнение Murray C.D. для расчетов величины угла α_{max} можно для любых структурно-различных типов сосудистых дихотомий почки человека. Однако использовать уравнение Murray C.D. для расчетов значений угла α_{min} нельзя для артериальных и венозных дихотомий 1-го структурно-различного типа и для 2-го типа венозных дихотомий.

Заключение. Применение уравнений Murray C.D. для численного моделирования сосудистых дихотомий почки человека носит ограниченный характер. Это необходимо учитывать при создании структурных математических моделей сосудистого русла почки человека.

Ключевые слова: внутриорганное сосудистое русло почки; сосудистая дихотомия; угол ветвления; внутренний диаметр сосуда

Для цитирования. Зенин О.К., Милтых И.С., Дмитриев А.В., Юрченко О.О. Морфометрический анализ применимости уравнений Murray C.D. для

численного моделирования сосудистых дихотомий почки человека // *Siberian Journal of Life Sciences and Agriculture*. 2021. Т. 13, № 3. С. 170-192. DOI: 10.12731/2658-6649-2021-13-3-170-192

MORPHOMETRIC ANALYSIS OF C.D. MURRAY'S LAW APPLIANCE FOR NUMERICAL MODELING OF VASCULAR DICHOTOMIES OF KIDNEYS

O.K. Zenin, I.S. Miltykh, A.V. Dmitriev, O.O. Iurchenko

Aim. To analyze the possibility of using Murray C. D. equations for calculating the angles of dichotomies of the intraorgan arterial and venous beds of the human kidney.

Material and methods. Intraorgan arteries and veins of the kidneys were examined, obtained at autopsy of humans (age from 36 to 74 years; 9 males, 8 females), 17 corrosive preparations were made: 9 preparations of the arterial bed, 8 – venous. Visualization was created using a BRUNKER SkyScan 1178 microtomograph. For morphometry, the blender software package with the NeuroMorph Measuring tools was used. The diameters of the segments (D , d_{max} , d_{min}) and the angles between them (α_{max} , α_{min}) were measured. To calculate the angles of dichotomy, we used the equations of Murray C. D.

Results. The presence of four structurally different types of dichotomies that make up the intraorgan vascular bed of the kidney was established. It is shown that the Murray C. D. equation can be used to calculate the value of the angle α_{max} for any structurally different types of vascular dichotomies of the human kidney. However, the Murray C. D. equation cannot be used to calculate the values of the angle α_{min} for arterial and venous dichotomies of the 1st structurally different type and for the 2nd type of venous dichotomies.

Conclusion. Application of Murray C. D. equations for numerical modeling of vascular dichotomies of the human kidney is limited. This must be considered when creating structural mathematical models of the vascular bed of the human kidney.

Keywords: intraorgan kidney vascular bed, vascular dichotomy, branching angle, inner vessel diameter

For citation. Zenin O.K., Miltykh I.S., Dmitriev A.V., Iurchenko O.O. Morphometric analysis of C.D. Murray's law appliance for numerical modeling of vascular dichotomies of kidneys. *Siberian Journal of Life Sciences and Agriculture*, 2021, vol. 13, no. 3, pp. 170-192. DOI: 10.12731/2658-6649-2021-13-3-170-192

Список сокращений:

ВСРП – внутриорганный сосудистый ствол почки, D – диаметр проксимального сегмента; d_{max} – диаметр дистального сегмента с большим диаметром; d_{min} – диаметр дистального сегмента с меньшим диаметром; ξ – значение степени из уравнения $D^\xi = d_{max}^\xi + d_{min}^\xi$; η – (area ratio) – коэффициент ветвления; α_{max} – угол отхождения большего дистального сегмента от проксимального; α_{min} – угол отхождения меньшего дистального сегмента от проксимального; ОДМ – оптимальные дихотомии в соответствии с критерием С.Д. Муррей; НДМ – неоптимальные дихотомии в соответствии с критерием С.Д. Муррей; ОДУ – оптимальные дихотомии в соответствии с критерием Н.В.М. Улинга; НДУ – неоптимальные дихотомии в соответствии с критерием Н.В.М. Улинга.

В 1926 году английский физиолог Муррей С.Д., основываясь на так называемых «Правилах Ру» предложил уравнения [7, 32], которые позволяют рассчитать величины углов артериальной дихотомии, зная значения внутренних диаметров артерий, которые ее образуют [25]. С этого момента в среде анатомов и врачей не прекращается дискуссия о возможности практического использования этих уравнений в качестве морфометрического эталона сосудистых русел внутренних органов здорового человека и для численного моделирования структуры русла как фрактальной системы.

В ряде работ приведены факты хорошего согласования реальных углов ветвления артерий и углов, рассчитанных с использованием уравнений Муррей С.Д. [4, 22, 24]. Есть работы, которые как подтверждают [9, 11], так и опровергают положение теории (Муррей's law) результатам морфометрии реальных артериальных русел [15, 19, 20, 23, 29, 30, 34]. Авторы некоторых работ используют данное правило для численного моделирования структуры артериальных русел [10, 27, 28]. Более того, на основании этого моделирования делаются выводы о внутриартериальной гемодинамике жизненно важных органов человека [12, 17].

Однако анализ литературных источников показал, что работ, посвященных собственно исследованию фактического материала – морфометрии реальных артериальных и венозных дихотомий – не так много и представленные результаты противоречивы. Например, нельзя использовать уравнения Муррей С.Д. для расчетов углов дихотомий, образованных сосудами с внутренним диаметром менее 100 мкм [2]. Кроме того, артериальное русло почки человека состоит из структурно-различных типов дихотомий [3]. Анализ возможности использования уравнений Муррей С.Д. для чис-

ленного моделирования углов дихотомий венозного русла почки человека вообще не проводился.

Цель работы: провести анализ применимости уравнений Murgay C.D. для расчёта значений углов дихотомий внутриорганного артериального и венозного русел почки человека.

Материалы и методы

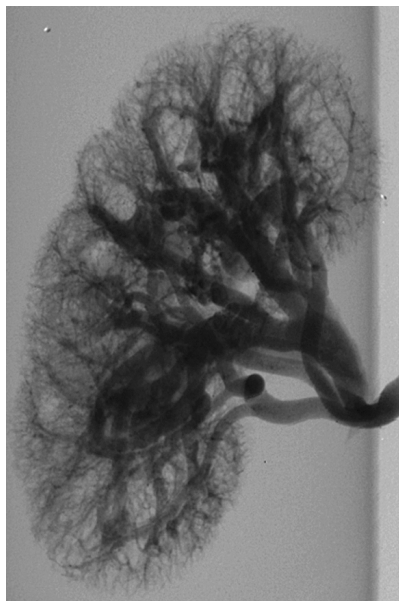
Были исследованы внутриорганные сосудистые русла почек (ВСРП) (артерии и вены), визуализированные на аутопсии у людей (возраст от 36 до 74 лет; 9 человек мужского пола, 8 – женского), умерших от патологии, которая практически не изменила сосудистое русло почки (асфиксия).

Исследование выполнено в соответствии с принципами Хельсинской декларации (1997 – 2000 гг.), Конвенции Совета Европы о правах человека и биомедицине (1997 г.), положениями ВОЗ, Международного кодекса медицинской этики (1983 г.), правилами Европейской конвенции по защите позвоночных животных, используемых в экспериментальных исследованиях и других целях [14], а также законодательством РФ.

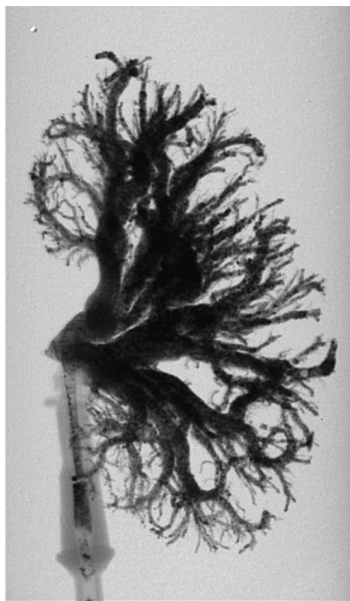
Были изготовлены и исследованы 17 коррозионных препаратов ВСРП: 9 препаратов артериальное русло, 8 – венозное. Использовали известный способ [8]. После извлечения из организма сосудистая система почки подвергалась промывке физиологическим раствором через почечную артерию и вену в течение 40-45 минут под давлением 80-90 мм Hg. При этом орган во время промывки и последующих этапов приготовления препаратов находился в специальном резервуаре, заполненном физиологическим раствором, что предотвращало деформацию его сосудов под действием собственного веса. После промывки в артериальное или венозное русло при помощи шприца нагнеталась предварительно подготовленная композиция [6] под давлением 80-100 мм рт. ст., после этого сосуд наглухо перевязывался. Емкость с находящейся в ней почкой помещали в термостат ($t=36^{\circ}\text{C}$). Через 24 часа почка погружалась в раствор концентрированной щелочи на 3-4 суток. Последующая промывка осуществлялась водопроводной водой в течение нескольких часов.

Использовали полимерную рентген контрастную композицию, состоящую из: полимера – порошкообразное средство «Протакрил М»; жидкого компонента – жидкое средство «Протакрил М»; рентген контрастного средства – сульфат бария; красителя – универсальный краситель. При следующем соотношении ингредиентов в мас. %: порошковое средство «Протакрил М» 30-50, жидкое средство «Протакрил М» 10-30, сульфат бария 10-30, универсальный краситель 10-30 [6].

Визуализацию проводили с помощью микротомографа BRUNKER SkyScan 1178 (рис. 1).



а) артериальное русло



б) венозное русло

Рис. 1. КТ-сканы коррозионных препаратов ВСРП человека

ВСРП представляли как дерево, состоящее из дихотомий (рис. 2). Дихотомия – конструкция, состоящая из трех сосудистых сегментов, где за материнский (D) принимали проксимальный сегмент, за два дочерних – дистальные сегменты с большим и меньшим диаметрами (d_{\max} и d_{\min}), идентично для артериального и венозного русла.

Для морфометрии использовали программный пакет blender с надстройкой NeuroMorph Measuring tools [26]. Измеряли диаметры сегментов (D, d_{\max} , d_{\min}) и углы между ними (α_{\max} , α_{\min}). Минимальный диаметр слепков сосудистых сегментов, который был измерен по данной методике, составлял 0,1 мм с точностью 0,05 мм и 0,5°.

Кроме морфометрического определения углов (α_{\max} и α_{\min}) между сосудистыми сегментами дихотомий, значения углов рассчитывали (где это возможно), используя уравнения Мургау С. Д. [7].

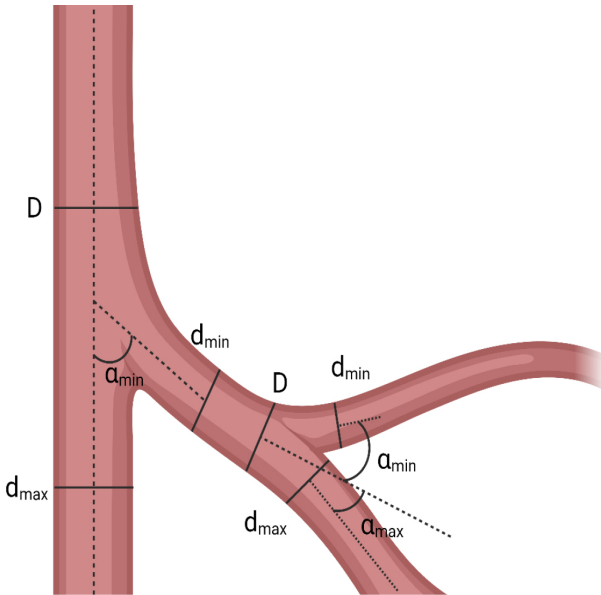


Рис. 2. Схема сосудистой (артериальной и венозной) дихотомии, где D – проксимальный сегмент, d_{\max} – дистальный сегмент с большим диаметром, d_{\min} – дистальный сегмент с меньшим диаметром, α_{\max} – угол отхождения дистального сегмента с большим диаметром от проксимального, α_{\min} – угол отхождения меньшего дистального сегмента от проксимального.

$$\alpha_{\max} = \arccos\left(\frac{D^4 + d_{\max}^4 - (D^3 - d_{\max}^3)^{\frac{4}{3}}}{2D^2 d_{\max}^2}\right) \quad (1)$$

$$\alpha_{\min} = \arccos\left(\frac{D^4 + d_{\min}^4 - (D^3 - d_{\min}^3)^{\frac{4}{3}}}{2D^2 d_{\min}^2}\right) \quad (2)$$

На последующих этапах дихотомии были разделены на 2 группы – «оптимальные» (ОДМ) и «неоптимальные» (НДМ) в соответствии с критерием С.Д. Миггау. Для ОМД – для артериальных дихотомий $\xi = 2,55 - 3,02$; для венозных дихотомий $\xi = 2,76 - 3,02$ из уравнения [21, 30, 36, 37]:

$$D^{\xi} - d_{\max}^{\xi} + d_{\min}^{\xi} \quad (3)$$

А также на «оптимальные» (ОДУ) и «неоптимальные» (НДУ) в соответствии с критерием Н. В. М. Ulings. Для ОДУ – для артериальных и венозных дихотомий $1 < \eta \leq 1,26$ из уравнения [35]:

$$\eta = \frac{d_{max}^2 + d_{min}^2}{D^2} \quad (4)$$

В последующем артериальные и венозные дихотомии были разделены на четыре структурно-различных типа [3]:

1) полная асимметрия – величины диаметров сегментов, которые составляют дихотомию, не равны между собой ($D \neq d_{max} \neq d_{min}$);

2) боковая асимметрия – величина диаметра проксимального сегмента равна значению диаметра большего из дистальных сегментов ($D = d_{max}$, $D \neq d_{min}$);

3) односторонняя симметрия – величины диаметров дистальных сегментов равны между собой и не равны значению диаметра проксимального сегмента ($D \neq d_{max}$, $d_{max} = d_{min}$);

4) полная симметрия – величины диаметров всех сегментов равны между собой ($D = d_{max} = d_{min}$).

Определяли медиану, среднюю величину, квартили, доверительный интервал, минимальное и максимальное значение, дисперсию, среднее квадратичное отклонение, ошибку среднего. Для оценки характера распределения использовали критерии Normal expected frequencies, Lilliefors Test For Normality, Shapiro-Wilk's W-test и Колмогорова-Смирнова. После проверки распределения величин исследуемых показателей использовали параметрические или непараметрические методы, руководствуясь рекомендациями [5].

Для получения представительной выборки пользовались методикой многоэтапной гнездовой выборки по Автандилову Г.Г. [1]. Для определения оптимального объема выборки использовали уравнение [5]:

$$N = 2 \times (A + B)^2 \times \frac{S^2}{DIFF^2}, \text{ где} \quad (5)$$

N – рекомендуемый объем выборки для каждой группы; S – среднее квадратичное отклонение анализируемого признака; $DIFF$ – значение эффекта (различия между средними значениями), которое предполагается выявить; $A=1,96$ – константа, зависящая от уровня значимости; $B=0,84$ – константа, зависящая от мощности критерия; при уровне значимости – 5% ($A=1,96$), и мощности – 80% ($B=0,84$) [5].

Пользовались лицензионными пакетами статистических программ – IBM SPSS Statistics и Microsoft Excel, MedStat в соответствии с рекомендациями [5, 18].

Результаты

Установлено, что оптимальный объем выборки артериальных дихотомий составил $N=66$. Использовали уравнение 5, где $S=0,39$ – среднее

квадратичное отклонение анализируемого признака (в данном случае – η) [3]; $DIFF=0,19$ (теоретически рассчитанное значение среднего квадратичного отклонения показателя η [36] – значение эффекта (различия между средними значениями), которое предполагается выявить. Таким образом:

$$N = 2 \times (1,96 + 0,84)^2 \times \frac{0,39^2}{0,19^2} = 66 \quad (6)$$

Подобный расчет для венозных дихотомий на сегодняшний день невозможен, т.к. отсутствуют данные о величине S – среднее квадратичное отклонение анализируемого признака (в данном случае – η) Были получены и подвергнуты анализу 172 артериальных и 91 венозная дихотомия. Из дальнейшего исследования были исключены три венозные дихотомии, у которых $D=d_{\min}, d_{\max} > D$. Установлено, что распределение значений $D, d_{\max}, d_{\min}, \xi, \eta, \alpha_{\max}, \alpha_{\min}$ в группе артерий; $D, d_{\max}, d_{\min}, \xi, \eta, \alpha_{\max}$ в группе вен отлочно от нормального закона распределения. Тогда как закон распределения величины α_{\min} венозного русла не отличается от нормального закона.

Результаты морфометрии величин изучаемых показателей приведены в табл. 1.

Таблица 1.

Результаты морфометрии изучаемых показателей ВСРП

Переменная	Кол-во	Медиа-на	I квар-тиль	III квар-тиль	Ми-нимум	Мак-симум	Ош. ме-дианы	Лев. (95% ДИ)	Прав. (95% ДИ)
Артериальное русло									
$D, \text{мм}$	172	1,6	1,3	2,5	0,2	7,0	0,1	1,5	1,9
$d_{\max}, \text{мм}$	172	1,5	1,0	2,0	0,5	5,0	0,1	1,3	1,6
$d_{\min}, \text{мм}$	172	1,0	0,8	1,4	0,2	4,0	0,1	0,9	1,1
$\alpha_{\max}, ^\circ$	172	28,0	5,2	40,0	0,0	110,0	2,2	20,0	30,0
$\alpha_{\min}, ^\circ$	172	49,5	30,0	69,0	0,0	164,9	2,8	42,1	53,0
Венозное русло									
$D, \text{мм}$	88	4,0	3,0	5,3	1,5	11,5	0,3	3,7	4,5
$d_{\max}, \text{мм}$	88	3,9	2,7	5,0	0,5	9,0	0,2	3,0	4,0
$d_{\min}, \text{мм}$	88	2,5	2,0	3,0	0,5	8,0	0,2	2,0	3,0
$\alpha_{\max}, ^\circ$	88	18,0	0,0	39,0	0,0	152,2	3,4	12,6	27,9
Пере-менная	Кол-во	Среднее		С.к.о.	Ми-нимум	Мак-симум	Ош. средне-го	Лев.(95% ДИ)	Прав. (95% ДИ)
$\alpha_{\min}, ^\circ$	88	31,37		22,15	0,0	91,0	2,4	26,7	36,1

Примечание: D – диаметр проксимального сегмента (мм); d_{\max} – диаметр дистального сегмента с большим диаметром (мм); d_{\min} – диаметр дистального сегмента с меньшим диаметром (мм); α_{\max} – угол отхождения большего дистального сегмента от проксимального ($^\circ$), α_{\min} – угол отхождения меньшего дистального сегмента от проксимального ($^\circ$).

Далее была проведена проверка гипотезы о принадлежности независимых выборок к одной генеральной совокупности. Независимые выборки значений анализировали на предмет их возможной связи.

Таблица 2.

**Значения морфометрических и расчетных показателей
углов α_{\max} и α_{\min} дихотомий ВСРП**

Показатель	Артериальное русло			Венозное русло		
	Морфометрические	Расчетные	p	Морфометрические	Расчетные	p
α_{\max} , ° Ме (ДИ)	28,0 (20,0; 30,0)	29,7 (27,3; 33,9)	0,61	18,1 (14,1; 29,7)	29,7 (22,4; 32,7)	0,64
α_{\min} , ° Ме (ДИ)	49,5 (42,1; 53,0)	55,4 (53,3; 56,9)	0,007	26 (20,3; 37,4)	54,5 (52,7; 56,9)	0,005

Примечание: α_{\max} – угол отхождения большего дистального сегмента от проксимального (°), α_{\min} – угол отхождения меньшего дистального сегмента от проксимального (°), p – уровень значимости отличий (U критерия Манна-Уитни).

На следующем этапе исследования дихотомии были разделены на 2 группы, «оптимальные» (ОДМ) и «неоптимальные» (НДМ) в соответствии с критерием С.Д. Муггау (табл. 3) и Н.В.М. Улинс (табл. 4), а также на 4 структурно-различных типа (табл. 5). Результаты приведены на рис. 3.

В дальнейший анализ не были включены дихотомии, для которых невозможно рассчитать величину α_{\min} по уравнениям С.Д. Муггау. Были исключены семь артериальных и пять венозных дихотомий. Обращали внимание именно на величину показателя α_{\min} , т.к. она значимо отличается при сравнении значений, полученных путем морфометрии и рассчитанных по уравнению С.Д. Муггау.

Таблица 3.

**Значения α_{\min} «оптимальных» (ОДМ) и «неоптимальных» (НДМ)
в соответствии с критерием С.Д. Муггау групп дихотомий ВСРП**

Показатель	Группы дихотомий в соответствии с критерием С.Д. Муггау					
	Артериальное русло			Венозное русло		
	ОДМ	НДМ	p	ОДМ	НДМ	p
α_{\min} , ° (морфометрический) Ме (ДИ)	34 (26; 58)	49,5 (42,9; 53)	0,22	15,4 (0;60)	27 (20,3;37,8)	0,440
α_{\min} , ° (расчетный) Ме (ДИ)	49,8 (45,1;52,7)	55,9 (55,2; 60,6)	0,003	45,1 (41,5;45,1)	56,9 (52,7;58,4)	0,047
Уровень значимости отличий (p)	0,271	0,005		0,343	0,0001	

Примечание: α_{\min} – угол отхождения меньшего дистального сегмента от проксимального (°), p – уровень значимости отличий (U критерия Манна-Уитни).

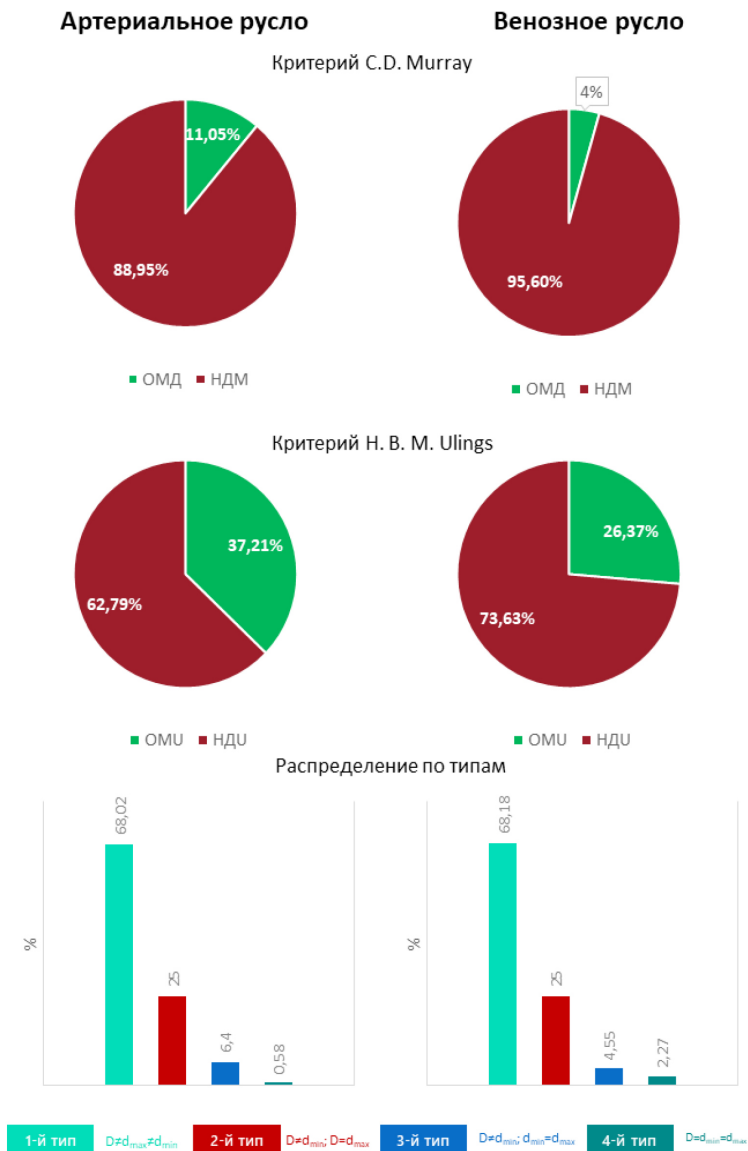


Рис. 3. Относительное количество (%) сосудистых дихотомий разных групп и структурно-различных типов, составляющих ВСРП

В таблицах 3 и 4 приведены результаты определения α_{\min} для оставшихся дихотомий. На заключительном этапе исследования была проведена проверка гипотезы о принадлежности независимых выборок к одной генеральной совокупности. Выборки были представлены значениями углов α_{\min} структурно-различных дихотомий ВСРП, которые были получены путем морфометрии и с использованием уравнений С.Д. Мургау 1 и 2 (табл. 5).

Артериальные и венозные дихотомии 4 типа не рассматривались в связи с их малым количеством – одна артериальная и две венозные.

Таблица 4.

Значения α_{\min} «оптимальных» (ОДУ) и «неоптимальных» (НДУ) в соответствии с критерием Н. В. М. Улинга групп дихотомий ВСРП

Показатель	Группы дихотомий в соответствии с критерием Н. В. М. Улинга					
	Артериальное русло			Венозное русло		
	ОДУ	НДУ	p	ОДУ	НДУ	p
α_{\min}° (морфометрический) Me (ДИ)	51 (45;70)	45 (35;53)	0,042	22,6 (17,2;40)	27 (20,3;37,8)	0,748
α_{\min}° (расчетный) Me (ДИ)	62,5 (55,4;66,2)	55,4 (53,3;58,0)	0,004	55,3 (47,1;61,5)	55 (52,7;57,9)	0,626
Уровень значимости отличий (p)	0,360	0,006		0,0001	0,0001	

Примечание: α_{\min} – угол отхождения меньшего дистального сегмента от проксимального ($^{\circ}$), p – уровень значимости отличий (U критерия Манна-Уитни).

Таблица 5.

Значения угла α_{\min} , ВСРП структурно-различных типов дихотомий

Показатель	Структурно-различные типы дихотомий							
	Артериальное русло				Венозное русло			
	1	2	3	p*	1	2	3	p*
α_{\min}° (морфометрический) Me (ДИ)	40 (34;50)	60 (50;77)	32 (2;47,5)	0,0001	26 (17,9;38)	32 (24;40)	32,65 (5;74)	0,134
α_{\min}° (расчетный) Me (ДИ)	55,4 (53,3;58,2)	59,2 (55;65,7)	43,6 (32,7;53,3)	0,008	56,9 (54,5;59,3)	53,6 (47,5;57,9)	39,1 (29,7;73)	0,021
Уровень значимости отличий (p)	0,0001	0,158	0,193		0,0001	0,0001	1,0	

Примечание: α_{\min} – угол отхождения меньшего дистального сегмента от проксимального ($^{\circ}$), p* – уровень значимости отличий (критерий Крускала-Уолиса), p – уровень значимости отличий (U критерия Манна-Уитни).

Обсуждение

Результаты морфометрии (табл. 1) исследуемых показателей показывают, что внутренний диаметр венозных сегментов, составляющих дихотомию, примерно в 2,5 раза больше, чем значения соответствующих показателей артериальных дихотомий. Приведенные факты широко известны [33] и являются непрямым подтверждением правильности проведенных измерений. Важно отметить, что распределение значения угла α_{\min} соответствует нормальному закону распределения в отличие от распределений величин остальных изучаемых показателей.

Интересные результаты получены в ходе сравнительного анализа значений углов α_{\max} и α_{\min} дихотомий, полученных путем морфометрии и расчетов с использованием уравнений С.Д. Murray 1 и 2 (табл. 2). Установлено, что величина угла α_{\max} двух групп сравнения (морфометрические и расчетные) не отличается друг от друга в случае артериального и венозного русел. Тогда как расчетные значения α_{\min} значительно больше, чем морфометрические. Это характерно и для артериального, и для венозного русла. Полученные факты свидетельствуют о том, что уравнения С.Д. Murray можно уверенно использовать для численного моделирования α_{\max} артериальных и венозных дихотомий ВСРП человека. Ситуация с α_{\min} нуждается в дальнейшем исследовании и обсуждении.

Вильгельмом Ру была предложена гипотеза о том, что конструкция оптимальной (нормальной, непатологической) сосудистой дихотомии построена на основании принципа минимальной затраты биологического материала и минимальной работы, необходимой для продвижения по ней крови. Английский физиолог Murray С. Д. установил зависимости между величинами углов и значениями внутренних диаметров сосудов, составляющих оптимальную дихотомию [16]. Для магистральных артерий этот показатель равен $\xi = 2,33$ (ξ – из уравнения 3) [31], для более мелких – $\xi = 1 - 1,15$. Pollanen M.S. et al [29] считают, что значение $\xi = 3$ обеспечивает оптимальное соотношение между диаметрами артериальных сегментов, составляющих дихотомию в условиях ламинарного тока крови, а $\xi = 2,33$ – в условиях турбулентного. Для оптимальных венозных дихотомий $\xi = 2,76 - 3,02$. [21, 30, 36, 37]. Однако проведенное нами исследование показало (рис. 3), что дихотомии, удовлетворяющие данному принципу, составляют – 11,05% для артериального русла и 4% – для венозного!?

Н. В. М. Ulings для оценки оптимальности использовал коэффициент ветвления: η – area ratio. Он утверждал, что оптимальными являются дихотомии, у которых величина η находится в пределах $1 < \eta \leq 1,26$. И считал воз-

возможным применять данный показатель для определения оптимальности симметричных и несимметричных дихотомий [35]. Действительно, значение η – area ratio может быть рассчитано практически для любого типа структурно-различных дихотомий ВСРП. Однако нами было обнаружено только 37% оптимальных (по Н. В. М. Ulings) дихотомий в артериальном русле и 26% в венозном (рис. 3).

Возникает закономерный вопрос о «нормальности» исследованного нами ВСРП. Возможно, в физиологических условиях функционирования ВСРП данный феномен компенсируется за счет разности реологических свойств крови и/или сосудистой стенки на разных уровнях деления сосудов. Известно, что сосудистое русло делится на ряд функциональных групп [13]: амортизирующие, резистивные, обменные и др. Наше исследование касается в основном сосудов резистивного типа – артерии и ёмкостного – вены, поэтому показатели, характеризующие оптимальность для них, имеют значения отличные от таковых амортизирующих (магистральных) и обменных (микроциркуляторное русло) сосудов. Нельзя также исключать наличие некоторого процента патологических сосудистых дихотомий, которые, вероятно, в таком количестве себя клинически не проявляют, однако могут служить потенциальной основой будущей функциональной несостоятельности ВСРП. Вероятно также наличие погрешности измерений.

Возвращаясь к ситуации с поведением величины угла α_{\min} стоит отметить, что в табл. 3 приведены убедительные свидетельства, значимого ($p=0,005$) отличия величины этого показателя у НДМ, полученные путем морфометрии ($Me=49,5^\circ$) и путем расчетов ($Me=55,9^\circ$) и отсутствие ($p=0,271$) таковых у ОДМ для артериального русла. В венозном русле величина морфометрического показателя угла α_{\min} НДМ ($Me=27^\circ$) значимо ($p=0,0001$) меньше, чем расчетного ($Me=56,9^\circ$). Значения угла α_{\min} у морфометрических и расчетных показателей ОДМ не отличаются ($p=0,343$). Наличие значимых отличий между величинами угла α_{\min} , полученными расчетным путем у ОДМ и НДМ для артерий ($p=0,003$) и вен ($p=0,047$), можно рассматривать как подтверждение правильности проведенных расчетов.

В табл. 4, где даны значения угла α_{\min} «оптимальных» (ОДУ) и «неоптимальных» (НДУ), в соответствии с критерием Н. В. М. Ulings, приведены в какой-то степени противоречивые данные. Показано, что величина морфометрического угла α_{\min} НДУ ($Me=45^\circ$) значимо ($p=0,006$) меньше, чем расчетных НДУ ($Me=55,4^\circ$) артериальных дихотомий. Морфометрические и расчетные величины угла α_{\min} ОДУ и НДУ артериального русла

заметно отличаются друг от друга. Значения этих показателей артериальных морфометрических ОДУ ($Me=51^\circ$) и расчетных ОДУ ($Me=62,5^\circ$) значимо больше, чем у морфометрических НДУ и расчетных НДУ ($Me=45^\circ$ и $Me=55,4^\circ$, соответственно). Это не характерно для венозного русла. В венозном русле морфометрические и расчетные значения угла α_{\min} ОДУ и НДУ значимо не отличаются. Однако имеет место отличие между морфометрическими и расчетными показателями внутри группы ОДУ и НДУ. Величина морфометрического показателя угла α_{\min} ОДУ ($Me=22,6^\circ$) меньше ($p=0,0001$) значения расчетного угла ОДУ ($Me=55,3^\circ$). Подобное характерно и для НДУ, величина морфометрического показателя угла α_{\min} НДУ ($Me=27^\circ$) меньше ($p=0,0001$) значения расчетного угла НДУ ($Me=55^\circ$).

Приведенные факты можно объяснить наличием структурно-различных типов дихотомий (рис. 3), присутствующих в разных группах (ОДМ-НДМ и ОДУ-НДУ) и отделах ВСРП (артериях и венах) [35].

Результаты анализа значения угла α_{\min} ВСРП структурно-различных типов дихотомий приведены в табл. 5. Установлено, что величины углов α_{\min} , полученные путем морфометрии структурно-различных типов артериальных дихотомий значимо отличаются ($p=0,0001$). Сходная картина наблюдается и в случае расчетных значений углов α_{\min} структурно-различных типов артериальных дихотомий ($p=0,008$). В венозном русле значимых отличий между величинами углов α_{\min} , полученных путем морфометрии, не наблюдается ($p=0,134$). Однако наблюдаются значимые отличия в величинах углов α_{\min} , рассматриваемых структурно-различных дихотомий, полученные расчетным путем ($p=0,021$). Установлено отсутствие значимых отличий между значениями углов α_{\min} , полученных путем морфометрии и рассчитанных по формуле С.Д. Муггау для структурно-различных артериальных дихотомий 2-го и 3-го типов ($p=0,158$ и $p=0,193$, соответственно) и венозных дихотомий 3-го типа ($p=1,0$). Для артериальных дихотомий 1-го и венозных дихотомий 1-го и 2-го типов подобные отличия имеют место. Полученное путем морфометрии значение угла α_{\min} ($Me=40^\circ$) артериальной дихотомии 1-го типа значимо ($p=0,0001$) меньше величины соответствующего показателя, полученного расчетным путем ($Me=55,4^\circ$). Похожая картина наблюдается и для венозной дихотомии 1-го типа, где величина угла α_{\min} ($Me=26^\circ$), полученная путем морфометрии, значимо ($p=0,0001$) меньше, чем полученная расчетным путем ($Me=56,9^\circ$). У венозных дихотомий 2-го типа величина угла α_{\min} ($Me=32^\circ$), полученная путем морфометрии, также значимо ($p=0,0001$) меньше, чем полученная расчетным путем ($Me=53,6^\circ$).

В порядке дискуссии. Возможно, установленные нами факты касаются только сосудистого русла почки. Как известно в почках присутствует так называемая «чудесная сеть» (*rete mirabile*) – сосудистая сеть, образующаяся в результате одновременного разделения исходного кровеносного сосуда на капилляроподобные ветви, которые затем собираются в общий ствол. Может быть, обнаруженные особенности строения дихотомий характерны для 3D конструкции сосудистого русла паренхиматозных органов, к которым относится почка и не характерно для органов, у которых русло имеет 2D конструкцию. Например, полые органы (желудок, толстая и тонкая кишка), у которых сосудистое русло имеет плоскую конфигурацию. Становится понятно, что подобного рода исследования должны быть проведены в отношении различных внутренних органов человека. Только после этого можно делать какие-то общие выводы и намечать глобальные перспективы использования уравнений Мургау С. Д. для численного моделирования сосудистых дихотомий. Не исключено, что после проведения подобного рода исследований будут сформулированы новые морфофункциональные принципы оптимальности строения различных (артериальных и венозных) русел разных органов (паренхиматозных, полых, мышечных и имеющих особое строение). И на основании этих принципов оптимальности будет создана система универсальных уравнений, подобная уравнениям Мургау С. Д., которую можно будет использовать для численного моделирования любого вида, группы, типа дихотомий.

Резюмируя представленный материал, следует отметить, в соответствии с целью нашей работы – провести морфометрический анализ применимости уравнений Мургау С. Д. для расчёта значений углов дихотомий внутриорганных артериального и венозного русел почки человека – установлено, что применение уравнений Мургау С. Д. для численного моделирования сосудистых дихотомий почки человека носит ограниченный характер. Использование уравнения Мургау С. Д., для расчетов величины угла α_{\max} можно для любых структурно-различных типов сосудистых дихотомий почки человека. Однако применять уравнение Мургау С. Д. для расчетов значений угла α_{\min} нельзя для артериальных и венозных дихотомий 1-го структурно-различного типа и для 2-го типа венозных дихотомий. Таким образом, считаем, что поставленная цель достигнута. Чтобы рассуждать о перспективе численного моделирования сосудистых дихотомий внутренних органов нужно провести большое самостоятельное исследование, что не является целью данной работы.

Информация о конфликте интересов. Конфликт интересов отсутствует.

Информация о спонсорстве. Проект реализуется при поддержке гранта Фонда содействия развитию институтов гражданского общества в ПФО (грантополучатель: Милтых И.С., 2020 г.).

Список литературы

1. Автандилов Г.Г. Медицинская морфометрия. Руководство. М.: Медицина, 1990. 384 с.
2. Глотов В.А. Структурный анализ микрососудистых бифуркаций (микрососудистый узел и гемодинамический фактор). Смоленск: Амипресс, 1995. 251 с.
3. Зенин О.К. Морфометрический анализ дихотомий внутриорганный артериального русла почки / О.К. Зенин, О.А. Бешуля // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. 2013. № 4 (28). С. 26-34.
4. Мамисашвили В.А. Критерий оптимального функционирования подсистем крупных и мелких пиалных артерий / В.А. Мамисашвили, М.К. Бабунашвили // Физиологический журнал СССР. 1975. Т. 61, № 10. С. 1501-1506.
5. Основы компьютерной биостатистики: анализ информации в биологии, медицине и фармации статистическим пакетом MedStat / Ю.Е. Лях [и др.]. Донецк: Папакица Е. К., 2006. 214 С.
6. Полимерная рентгенконтрастная смесь для изготовления коррозионных анатомических препаратов: пат. 145561 Украина: МПК A01N 1/02 / Кафаров Э. С. Дмитриев А.В., Зенин О.К., Везирханов А.З., Вагабов И.У., Милтых И.С.; заявл. 09.06.2020; опубл. 28.12.2020, Бюл. № 24. 6 с.
7. Розен Р. Принцип оптимальности в биологии. М.: Мир, 1969. 231 с.
8. Спосіб виготовлення корозійних препаратів судинної системи порожнистого органа: пат. 42409А Україна, МПК 7A61F2/06. / Кір'якулов Г. С., Зенін О. К., Хаджинов Д. Г., Неудачина К. А., Балабанова Ю. В. № 2001021136; заявл. 19.02.2001; опубл. 15.10.2001, Бюл. № 9. 2 с.
9. Angle matching in intravascular elastography / C.R.M. Janssen [et al.] // Ultrasonics. 2000. Vol. 38. № 1-8. P. 417-423. [https://doi.org/10.1016/s0041-624x\(99\)00188-2](https://doi.org/10.1016/s0041-624x(99)00188-2)
10. Beek J.H.G.M. Van. Regional myocardial flow heterogeneity explained with fractal networks / J.H.G.M. Van Beek, S.A. Roger, J.B. Bassingthwaighte // American Journal of Physiology-Heart and Circulatory Physiology. 1989. Vol. 257. № 5. P. H1670-H1680. <https://doi.org/10.1152/ajpheart.1989.257.5.h1670>
11. Bell J.B. A Second-Order Projection Method for the Incompressible Navier-Stokes Equations / J.B. Bell, P. Colella, H.M. Glaz // Journal of Computational

- Physics. 1989. Vol. 85. № 2. P. 257-283. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(89\)90151-4](https://doi.org/10.1016/0021-9991(89)90151-4)
12. Blood vessel segmentation algorithms — Review of methods, datasets and evaluation metrics / S. Moccia [et al.] // *Computer Methods and Programs in Biomedicine*. 2018. Vol. 158. P. 71-91. <https://doi.org/10.1016/j.cmpb.2018.02.001>
 13. Cavagna G. *Circulation of Blood // Fundamentals of Human Physiology*. Springer International Publishing, 2019. P. 1-63. https://doi.org/10.1007/978-3-030-19404-8_1
 14. *European Convention for the Protection of Vertebrate Animals used for Experimental and Other Scientific Purposes*. Strasbourg, 1986. 53 p.
 15. Extension of Murray's law using a non-Newtonian model of blood flow / R. Revellin [et al.] // *Theoretical Biology and Medical Modelling*. 2009. Vol. 6. № 1. Article number: 7. <https://doi.org/10.1186/1742-4682-6-7>
 16. Fast algorithm for 3-D vascular tree modeling / M. Kretowski [et al.] // *Computer Methods and Programs in Biomedicine*. 2003. Vol. 70. № 2. P. 129-136. [https://doi.org/10.1016/s0169-2607\(01\)00200-0](https://doi.org/10.1016/s0169-2607(01)00200-0)
 17. Fredrich T. Dynamic vessel adaptation in synthetic arteriovenous networks / T. Fredrich, M. Welter, H. Rieger // *Journal of Theoretical Biology*. 2019. Vol. 483. P. 109989. <https://doi.org/10.1016/j.jtbi.2019.109989>
 18. Green S.B. *Using SPSS for Windows and Macintosh: Analyzing and understanding data / S.B. Green, N.J. Salkind*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 2012. 459 p.
 19. Greenwald S.E. Improving vascular grafts: the importance of mechanical and haemodynamic properties / S.E. Greenwald, C.L. Berry // *The Journal of Pathology*. 2000. Vol. 190. № 3. P. 292-299. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1096-9896\(200002\)190:3<292::AID-PATH528>3.0.CO;2-S](https://doi.org/10.1002/(SICI)1096-9896(200002)190:3<292::AID-PATH528>3.0.CO;2-S)
 20. Hagmeijer R. Critical review of Murray's theory for optimal branching in fluidic networks / R. Hagmeijer, C.H. Venner // *arXiv*. 2018. <http://arxiv.org/abs/1812.09706>
 21. LaBarbera M. Principles of design of fluid transport systems in zoology // *Science*. 1990. Vol. 249. № 4972. P. 992-1000. <https://doi.org/10.1126/science.2396104>
 22. Leuprecht A. Computer simulation of non-newtonian effects on blood flow in large arteries / A. Leuprecht, K. Perktold // *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*. 2001. Vol. 4. № 2. P. 149-163. <https://doi.org/10.1080/10255840008908002>
 23. Limited Bifurcation Asymmetry in Coronary Arterial Tree Models Generated by Constrained Constructive Optimization / W. Schreiner [et al.] // *Journal of*

- General Physiology. 1997. Vol. 109. № 2. P. 129-140. <https://doi.org/10.1085/jgp.109.2.129>
24. Morphometry of the human pulmonary vasculature / W. Huang [et al.] // Journal of Applied Physiology. 1996. Vol. 81. № 5. P. 2123-2133. <https://doi.org/10.1152/jappl.1996.81.5.2123>
25. Murray C.D. The physiological principle of minimum work applied to the angle of branching of arteries // Journal of General Physiology. 1926. Vol. 9. № 6. P. 835-841. <https://doi.org/10.1085/jgp.9.6.835>
26. NeuroMorph: A Toolset for the Morphometric Analysis and Visualization of 3D Models Derived from Electron Microscopy Image Stacks / A. Jorstad [et al.] // Neuroinformatics. 2015. Vol. 13. № 1. P. 83-92. <https://doi.org/10.1007/s12021-014-9242-5>
27. Olufsen M.S. A one-dimensional fluid dynamic model of the systemic arteries / M.S. Olufsen // Studies in Health Technology and Informatics. 2000. Vol. 71. P. 79-97. <https://doi.org/10.3233/978-1-60750-915-8-79>
28. Personalized Computational Hemodynamics. Pers. Comput. Hemodynamics / Y. Vasilevski [et al.]. Elsevier, 2020. 270 p. <https://doi.org/10.1016/C2017-0-02421-7>
29. Pollanen M.S. Dimensional optimization at different levels of the arterial hierarchy / M.S. Pollanen // Journal of Theoretical Biology. 1992. Vol. 159. № 2. P. 267-270. [https://doi.org/10.1016/S0022-5193\(05\)80706-4](https://doi.org/10.1016/S0022-5193(05)80706-4)
30. Pries A.R. Design Principles of Vascular Beds / A.R. Pries, T.W. Secomb, P. Gaehtgens // Circulation Research. 1995. Vol. 77. № 5. P. 1017-1023. <https://doi.org/10.1161/01.RES.77.5.1017>
31. Retinal vascular tree morphology: A semi-automatic quantification / M.E. Martinez-Perez [et al.] // IEEE Transactions on Biomedical Engineering. 2002. Vol. 49. № 8. P. 912-917. <https://doi.org/10.1109/TBME.2002.800789>
32. Roux W. Ueber die Verzweigungen der Blutgefäße. Eine morphologische Studie / W. Roux // Z. Naturwissenschaft. 1878. Vol. 12. P. 205-266.
33. Standring S. Gray's anatomy E-Book: the anatomical basis of clinical practice. London: Elsevier Health Sciences, 2021. 1588 p.
34. The branching angles in computer-generated optimized models of arterial trees. / W. Schreiner [et al.] // Journal of General Physiology. 1994. Vol. 103. № 6. P. 975-989. <https://doi.org/10.1085/jgp.103.6.975>
35. Uyllings H.B.M. Optimization of diameters and bifurcation angles in lung and vascular tree structures // Bulletin of Mathematical Biology. 1977. Vol. 39. № 5. P. 509-520. <https://doi.org/10.1007/BF02461198>
36. Zamir M. Cost of departure from optimality in arterial branching / M. Zamir, D.C. Bigelow // Journal of Theoretical Biology. 1984. Vol. 109. № 3. P. 401-409. [https://doi.org/10.1016/S0022-5193\(84\)80089-2](https://doi.org/10.1016/S0022-5193(84)80089-2)

37. Zamir M. Branching characteristics of human coronary arteries / M. Zamir, H. Chee // Canadian Journal of Physiology and Pharmacology. 1986. Vol. 64. № 6. P. 661-668. <https://doi.org/10.1139/y86-109>

References

1. Avtandilov G.G. *Meditsinskaya morfometriya. Rukovodstvo* [Medical morphometry. Tutorial]. M.: Meditsina, 1990, 384 p.
2. Glotov V.A. *Strukturnyy analiz mikrososudistykh bifurkatsiy (mikrososudistyuy uzeli gemodinamicheskoy faktora)* [Structural analysis of the microvascular bifurcations (microvascular node and hemodynamic factor)]. Smolensk: Ampipress, 1995, 251 p.
3. Zenin O.K., Beshulya O.A. Morfometricheskyy analiz dikhotomiy vnutriorganogo arterial'nogo rusla pochki [Morphological analysis of dichotomies of the kidney intraorganic arterial bed]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region* [University proceedings. Volga region], 2013, no. 4 (28), pp. 26-34.
4. Mamisashvili V.A., Babunashvili M.K. Kriteriy optimal'nogo funktsionirovaniya podsistem krupnykh i melkikh pial'nykh arteriy [Optimal functioning of the subsystems of large and small pial arteries criteria]. *Fiziologicheskyy zhurnal SSSR* [USSR Physiological journal], 1975, vol. 61, no. 10, pp. 1501-1506.
5. Lyakh Yu.E. et al. *Osnovy komp'yuternoy biostatistiki: analiz informatsii v biologii, meditsine i farmatsii statisticheskim paketom MedStat* [Computer biostatistics basics: data analysis in biology, medicine and pharmacology with MedStat app]. Donetsk: Papakitsa E. K., 2006. 214 p.
6. Kafarov E. S. Dmitriev A.V., Zenin O.K., Vezirkhanov A.Z., Vagabov I.U., Milytykh I.S. *Polimernaya rentgenkontrastnaya smes' dlya izgotovleniya korroziyonnykh anatomicheskikh preparatov* [Polymer radiopaque mixture for the manufacture of corrosive anatomical preparations]: pat. 145561 Ukraine: MPK A01N 1/02; applied. 09.06.2020; published. 28.12.2020, Byul. № 24. 6 p.
7. Rozen R. *Printsip optimal'nosti v biologii* [Optimality principle in biology]. M.: Mir, 1969. 231 p.
8. Kiryakulov G.S., Zenin O.K., Khadzhinov D.G., Neudachina K.A., Balabanova Yu.V. *Sposib vigotovlennya korozivnykh preparativ sudinnoyi sistemi porozhnistogo organa* [A method of manufacturing corrosion preparations of the vascular system of the hollow organ]: pat. 42409A Ukraine, MPK 7A61F2/06. / № 2001021136; applied. 19.02.2001; published. 15.10.2001, Byul. № 9. 2 p.

9. Janssen, C.R.M., C.L. de Korte, M.S. van der Heiden, C.P.A. Wapenaar, and A.F.W. van der Steen. Angle Matching in Intravascular Elastography. *Ultrasonics*, 2000, vol. 38, no. 1–8, pp. 417–423. [https://doi.org/10.1016/s0041-624x\(99\)00188-2](https://doi.org/10.1016/s0041-624x(99)00188-2)
10. Beek J.H.G.M. Van S.A. Roger, Bassingthwaighte J.B. Regional Myocardial Flow Heterogeneity Explained with Fractal Networks. *American Journal of Physiology-Heart and Circulatory Physiology*, 1989, vol. 257, no. 5, pp. H1670-H1680. <https://doi.org/10.1152/ajpheart.1989.257.5.h1670>
11. Bell, John B, Phillip Colella, Harland M Glaz. A Second-Order Projection Method for the Incompressible Navier-Stokes Equations. *Journal of Computational Physics*, 1989, vol. 85, no. 2, pp. 257–283. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(89\)90151-4](https://doi.org/10.1016/0021-9991(89)90151-4)
12. Moccia, Sara, Elena De Momi, Sara El Hadji, Leonardo S. Mattos. Blood Vessel Segmentation Algorithms – Review of Methods, Datasets and Evaluation Metrics. *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, 2018, vol. 158, pp. 71–91. <https://doi.org/10.1016/j.cmpb.2018.02.001>
13. Cavagna, Giovanni. Circulation of Blood. *Fundamentals of Human Physiology*. Springer International Publishing, 2019. pp. 1–63. https://doi.org/10.1007/978-3-030-19404-8_1
14. European Convention for the Protection of Vertebrate Animals Used for Experimental and Other Scientific Purposes. Strasbourg, 1986.
15. Revellin, Rémi, François Rousset, David Baud, Jocelyn Bonjour. Extension of Murray’s Law Using a Non-Newtonian Model of Blood Flow. *Theoretical Biology and Medical Modelling*, 2009, vol. 6, no. 1, Article number: 7. <https://doi.org/10.1186/1742-4682-6-7>
16. Kretowski, Marek, Yan Rolland, Johanne Bézy-Wendling, Jean-Louis Louis Coatrieux. Fast Algorithm for 3-D Vascular Tree Modeling. *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, 2003 vol. 70, no. 2, pp. 129–36. [https://doi.org/10.1016/s0169-2607\(01\)00200-0](https://doi.org/10.1016/s0169-2607(01)00200-0)
17. Fredrich, Thierry, Michael Welter, Heiko Rieger. Dynamic Vessel Adaptation in Synthetic Arteriovenous Networks. *Journal of Theoretical Biology*, 2019, vol. 483, 109989. <https://doi.org/10.1016/j.jtbi.2019.109989>
18. Green, Samuel B, Neil J Salkind. *Using SPSS for Windows and Macintosh: Analyzing and Understanding Data*. 6th ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 2012.
19. Greenwald S.E., Berry C.L. Improving Vascular Grafts: The Importance of Mechanical and Haemodynamic Properties. *The Journal of Pathology*, 2000, vol. 190, no. 3, pp. 292–299. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1096-9896\(200002\)190:3<292::AID-PATH528>3.0.CO;2-S](https://doi.org/10.1002/(SICI)1096-9896(200002)190:3<292::AID-PATH528>3.0.CO;2-S)

20. Hagmeijer R., Venner C.H. Critical Review of Murray's Theory for Optimal Branching in Fluidic Networks. *ArXiv*, December 23, 2018. <http://arxiv.org/abs/1812.09706>
21. LaBarbera M. Principles of Design of Fluid Transport Systems in Zoology. *Science*, 1990, vol. 249, no. 4972, pp. 992–1000. <https://doi.org/10.1126/science.2396104>
22. Leuprecht Armin, Perktold Karl. Computer Simulation of Non-Newtonian Effects on Blood Flow in Large Arteries. *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*, 2001, vol. 4, no. 2, pp. 149–63. <https://doi.org/10.1080/10255840008908002>
23. Schreiner, Wolfgang, Friederike Neumann, Martin Neumann, Rudolf Karch, Adelheid End, Susanne M. Roedler. Limited Bifurcation Asymmetry in Coronary Arterial Tree Models Generated by Constrained Constructive Optimization. *Journal of General Physiology*, 1997, vol. 109, no. 2, pp. 129–40. <https://doi.org/10.1085/jgp.109.2.129>
24. Huang, W., R. T. Yen, M. McLaurine, G. Bledsoe. Morphometry of the Human Pulmonary Vasculature. *Journal of Applied Physiology*, 1996, vol. 81, no. 5, pp. 2123–2133. <https://doi.org/10.1152/jap.1996.81.5.2123>
25. Murray C.D. The Physiological Principle of Minimum Work Applied to the Angle of Branching of Arteries. *Journal of General Physiology*, 1926, vol. 9, no. 6, pp. 835–41. <https://doi.org/10.1085/jgp.9.6.835>
26. Jorstad, Anne, Biagio Nigro, Corrado Cali, Marta Wawrzyniak, Pascal Fua, Graham Knott. NeuroMorph: A Toolset for the Morphometric Analysis and Visualization of 3D Models Derived from Electron Microscopy Image Stacks. *Neuroinformatics*, 2015, vol. 13, no. 1, pp. 83–92. <https://doi.org/10.1007/s12021-014-9242-5>
27. Olufsen, Mette S. A One-Dimensional Fluid Dynamic Model of the Systemic Arteries. *Studies in Health Technology and Informatics*, 2000, vol. 71, pp. 79–97. <https://doi.org/10.3233/978-1-60750-915-8-79>
28. Vasilevski, Yuri, Maxim Olshanskii, Sergey Simakov, Andrey Kolobov, and Alexander Danilov. *Personalized Computational Hemodynamics*. Elsevier, 2020. <https://doi.org/10.1016/C2017-0-02421-7>
29. Pollanen, M.S. “Dimensional Optimization at Different Levels of the Arterial Hierarchy.” *Journal of Theoretical Biology* 159, no. 2 (1992): 267–70. [https://doi.org/10.1016/S0022-5193\(05\)80706-4](https://doi.org/10.1016/S0022-5193(05)80706-4)
30. Pries, Axel R., Timothy W. Secomb, Peter Gaetgens. Design Principles of Vascular Beds. *Circulation Research*, 1995, vol. 77, no. 5, pp. 1017–23. <https://doi.org/10.1161/01.RES.77.5.1017>

31. Martinez-Perez, M. Elena, Alun D. Hughes, Alice V. Stanton, Simon A. Thom, Neil Chapman, Anil A. Bharath, Kim H. Parker. Retinal Vascular Tree Morphology: A Semi-Automatic Quantification. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 2002, vol. 49, no. 8, pp. 912–917. <https://doi.org/10.1109/TBME.2002.800789>
32. Roux W. Ueber Die Verzweigungen Der Blutgefäße. Eine Morphologische Studie. *Z. Naturwissenschaft*, 1878, vol. 12, pp. 205–66.
33. Standring, Susan. *Gray's Anatomy E-Book: The Anatomical Basis of Clinical Practice*. 42nd ed. London: Elsevier Health Sciences, 2021.
34. Schreiner, Wolfgang, M Neumann, Friederike Neumann, Susanne M. Roedler, Adelheid End, P. Buxbaum, Mrcael R. Müller, Paul Spieckermann. The Branching Angles in Computer-Generated Optimized Models of Arterial Trees. *Journal of General Physiology*, 1994, vol. 103, no. 6, pp. 975–989. <https://doi.org/10.1085/jgp.103.6.975>
35. Uylings H. B. M. Optimization of Diameters and Bifurcation Angles in Lung and Vascular Tree Structures. *Bulletin of Mathematical Biology*, 1977, vol. 39, no. 5, pp. 509–520. <https://doi.org/10.1007/BF02461198>
36. Zamir, M., D. C. Bigelow. Cost of Departure from Optimality in Arterial Branching. *Journal of Theoretical Biology*, 1984, vol. 109, no. 3, pp. 401–409. [https://doi.org/10.1016/S0022-5193\(84\)80089-2](https://doi.org/10.1016/S0022-5193(84)80089-2)
37. Zamir M., H. Chee. Branching Characteristics of Human Coronary Arteries. *Canadian Journal of Physiology and Pharmacology*, 1986, vol. 64, no. 6, pp. 661–668. <https://doi.org/10.1139/y86-109>

ДАНИЕ ОБ АВТОРАХ

Зенин Олег Константинович, д.м.н., профессор кафедры «Анатомия человека»
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Пензенский государственный университет»
ул. Красная, 40, г. Пенза, 440026, Российская Федерация
zen.olegz@gmail.com

Милтых Илья Сергеевич, студент

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Пензенский государственный университет»
ул. Красная, 40, г. Пенза, 440026, Российская Федерация
ilyamiltykh@outlook.com

Дмитриев Андрей Викторович, к.м.н., заведующий отделением рентгенэндоваскулярной хирургии
Институт неотложной и восстановительной хирургии имени В.К. Гусака
пр. Ленинский, 47, г. Донецк, 83000, Украина
dmित्रiev72@list.ru

Юрченко Ольга Олеговна, ассистент кафедры «Патологическая анатомия»
Государственная образовательная организация высшего профессионального образования «Донецкий национальный медицинский университет имени М. Горького»
пр. Ильича, 16, г. Донецк, 283003, Украина
miss.patologoanatom@gmail.com

DATA ABOUT THE AUTHORS

Oleg K. Zenin, Doctor of Medical Sciences, Professor of Human anatomy
Penza State University
40, Krasnaya Str., Penza, 440026, Russian Federation
SPIN-code: 3159-1346
ORCID: 0000-0002-5447-1989
ResearcherID: O-7965-2015
Scopus Author ID: 57198085128

Iliya S. Miltykh, student
Penza State University
40, Krasnaya Str., Penza, 440026, Russian Federation
ilyamiltykh@outlook.com
SPIN-code: 9363-6873
ORCID: 0000-0002-9130-3255

Andrey V. Dmitriev, Candidate of Medical Sciences, Head of the Department of Endovascular Surgery
V.K. Gusak Institute of Emergency and Reconstructive Surgery
47, Leninskiy pr., Donetsk, 83000, Ukraine
dmित्रiev72@list.ru

Olga O. Iurchenko, Assistant professor at “Pathological anatomy” department
M. Gorky Donetsk National Medical University
16, Illyica ave., Donetsk, 283003, Ukraine
miss.patologoanatom@gmail.com